

ESTUDIO DEL ACOPLAMIENTO ENERGÉTICO EN UN MATERIAL FOTORREFRACTIVO DE $\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$

Angel R. Salazar¹ y Jorge E. Rueda²

¹Grupo de Óptica y Espectroscopía, UPB, Medellín, Colombia, ansama@geo.net.co

²Grupo de Investigaciones en Óptica y Plasma, Universidad de Pamplona, Pamplona-Colombia, A.A. 1046, jruedap2003@unipamplona.edu.co

RESUMEN

A partir de un modelo de interacción de cuatro ondas basado en las ecuaciones de Kukhtarev para la respuesta de un material fotorrefractivo a un patrón de intensidad incidente, y en la ecuación de onda, se analiza numéricamente el intercambio de energía entre los haces incidentes y los dos armónicos más cercanos +1 y +2 en un cristal BSO. El modelo permite una interpretación ágil, útil en el diseño de esquemas experimentales.

ABSTRACT

Using a four-wave interaction model based on Kukhtarev's equations for the response of a photorefractive material to an incident intensity pattern, and the wave equation, it is numerically analyzed the exchange of energy between the incident beams and the nearest harmonics +1 y +2 in a crystal BSO. The model is useful for a rapid interpretation in the design of experimental schemes.

INTRODUCCIÓN

Los cristales fotorrefractivos modifican su índice de refracción en respuesta a un patrón de intensidad incidente. Son materiales en los cuales se puede almacenar información óptica, codificándola como una variación local de su índice de refracción.

Una de las aplicaciones más importantes de estos materiales, y en la cual se basan muchas otras, es la mezcla de ondas. En una mezcla de

ondas, los haces interactúan entre sí intercambiando energía y tienen como soporte para esta interacción al medio fotorrefractivo^[10,11]. El acople de energía entre los haces se maximiza al elegir una determinada velocidad para las franjas de interferencia de los haces que se mezclan en el cristal^[9].

Por lo general cuando se presenta la teoría del mezclado de ondas en cristales fotorrefractivos se asume que

el intercambio de energía ocurre solo entre las ondas que inicialmente inciden sobre el cristal. Sin embargo, experimentalmente se encuentra que si el ángulo entre los haces incidentes es pequeño (del orden de décimas de grado), se generan haces difractados de orden superior debidos a la interacción de los haces incidentes con las redes fotorrefractivas diferentes que se forman en el cristal. En el presente artículo se considera la física relevante que explica la aparición de estos armónicos y se presenta la solución numérica de las ecuaciones acopladas que rigen la interacción de los haces ópticos incidentes y los haces difractados de orden +1 y +2.

GENERACIÓN DE ARMÓNICOS

Considérese que dos ondas denotadas por 0 y -1 inciden sobre un cristal fotorrefractivo haciendo un ángulo θ . La configuración elegida es transversal, es decir, el plano de incidencia es perpendicular al plano cristalográfico

($\bar{1}10$) como se muestra en la Fig. 1a. La interferencia de estas dos ondas en el interior del cristal producirá, por efecto fotorrefractivo, una red de índices de vector de onda \vec{K} como es indicado en la esfera de Ewald construida en la Fig. 1b.

Los armónicos o haces difractados de orden superior pueden formarse básicamente por dos razones^[1]. La primera razón es que además de las interacciones $\vec{k}_0 - \vec{K}$ y $\vec{k}_{-1} + \vec{K}$ que acoplan los haces \vec{k}_0 y \vec{k}_{-1} ($\vec{k}_0 - \vec{K} = \vec{k}_{-1}$ y $\vec{k}_{-1} + \vec{K} = \vec{k}_0$), pueden tenerse las interacciones $\vec{k}_0 + \vec{K}$ y $\vec{k}_{-1} - \vec{K}$ que dan origen a armónicos cuyos vectores de onda son \vec{k}_{+1} y \vec{k}_{-2} (Fig. 1b). Estas interacciones no satisfacen adecuadamente la condición de Bragg, o lo que es lo mismo, la ley de conservación del momentum, de tal manera que se debe introducir el término de desajuste en el momentum

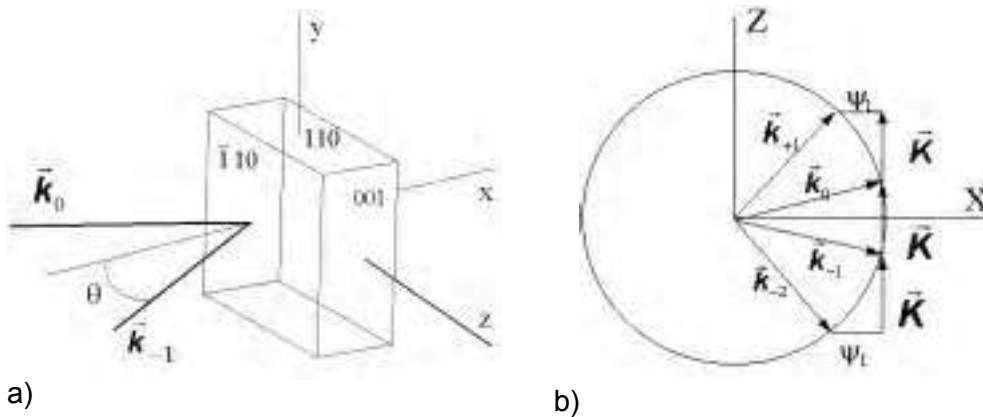


Figura.1. a) Esquema experimental para la incidencia de los haces en el cristal fotorrefractivo. b) Esfera de Ewald mostrando la aparición de los ordenes de difracción +1 y -2.

ψ_1 . Una vez un haz como, por ejemplo, el \vec{k}_{+1} , se genere en el cristal, podrá interactuar con la red fundamental \vec{K} y generar al armónico \vec{k}_{+2} (Fig. 2).

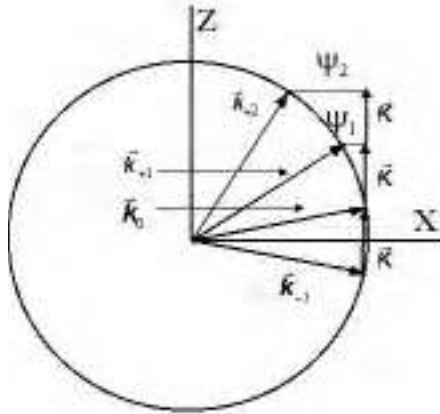


Figura.2. Esfera de Ewald mostrando la aparición de los órdenes de difracción +1 y +2.

Este armónico podrá interactuar con el haz \vec{k}_{-1} generando la red fotorrefractiva $3\vec{K}$. Esta última interacción tampoco cumple exactamente con la condición de Bragg de tal manera que se debe introducir nuevamente un término de desajuste en el momentum ψ_2 . Los términos ψ_1 y ψ_2 son denominados términos off-Bragg.

Según la descripción anterior y debido a la dinámica propia del proceso fotorrefractivo, una vez se hayan producido armónicos en el cristal, pueden producirse otras redes fotorrefractivas debido a la interacción de cualesquier par de haces en el cristal.

La segunda razón para la aparición de armónicos es la no linealidad del proceso de interacción de los haces incidentes con la red fotorrefractiva y que se plasma en las ecuaciones materiales de Kukhtarev [3-9]. Debido a la no linealidad, la interacción entre los haces incidentes 0 y -1 dará lugar a una red fotorrefractiva que tendrá componentes de Fourier de orden más alto, es decir, realmente la red inicialmente formada en el cristal es una combinación de redes de vectores de red $\vec{K}, 2\vec{K}, 3\vec{K}, 4\vec{K}$, etc. De esta manera, los armónicos +1 y -2 pueden también generarse por la interacción $\vec{k}_{-1} + 2\vec{K}$ y $\vec{k}_0 - 2\vec{K}$, respectivamente. Similarmente otros órdenes de difracción más altos pueden aparecer debido a interacciones con las redes $2\vec{K}, 3\vec{K}, 4\vec{K}$, etc. Efectos no lineales no se tendrán en cuenta en este trabajo. En holografía dinámica, la transferencia de energía entre los haces puede seguir una dirección particular. En lo que sigue se escogerá esta dirección como la 0, +1, +2, considerando dos armónicos, el +1 y el +2 y se estudiará el efecto de los parámetro off-Bragg, ψ_1 y ψ_2 , sobre la energía de los armónicos..

ECUACIONES ACOPLADAS

$\Delta\epsilon_r = -r\epsilon_r^2 E_s$ es la perturbación de la constante dieléctrica que se genera en el cristal debido al efecto fotorrefractivo y está relacionada con la variación en su índice refractivo. r es el coeficiente electro-óptico y E_s es el campo de carga espacial generado en el interior del cristal. El campo óptico en el cristal

se asume como la suma de los campos ópticos de las ondas incidentes y de los campos ópticos de los armónicos generados en el cristal,

$$E_{\text{opt}} = \sum_{-1}^{+2} A_i(x) \exp[j(\vec{k}_i \cdot \vec{r} - w_i t)] \quad (1)$$

en donde las $A_i(x)$ son las amplitudes complejas de estos campos, las cuales se asumen que presentan una variación lenta y $w_i = w + i\delta w$, $i = -1, 0, +1, +2$, siendo δw una variación pequeña en la frecuencia de los haces la cual hace que su patrón de interferencia sea móvil. Como se mencionó al principio, la velocidad del patrón de interferencia puede ser estimada de tal manera que se maximice el acople entre un par de haces en el cristal. \vec{r}_i es el vector posición de un punto en el cristal.

Ahora, las ecuaciones del material de Kukhtarev^[2] son:

$$\frac{\partial N_D^+}{\partial t} = sI(N_D - N_D^+) - \gamma N N_D^+ \quad (2)$$

$$J = e\mu N E_s - \mu k T \frac{dN}{dz} \quad (3)$$

$$\frac{\partial E_s}{\partial z} = \frac{e}{\epsilon_0 \epsilon_s} (N_D^+ - N_A^-) \quad (4)$$

s es la constante de fotoionización, γ la constante de recombinación, μ la movilidad, k la constante de Boltzmann, e la carga del electrón, ϵ_0 la permitividad del vacío, ϵ_s la constante dieléctrica estática y T la

temperatura absoluta. Estas ecuaciones, las cuales describen la variación espacial y temporal como funciones de la intensidad I de las cantidades macroscópicas densidad de corriente J , densidad de donadores N_D , densidad de donadores ionizados N_D^+ , aceptadores ionizados N_A^- y campo eléctrico de carga espacial E_s , pueden ser resueltas una vez se calcule I a partir de la expresión (1). Para su solución se asume que N_A^- y que N_D son constantes, que $N \ll N_A^- \ll N_D$ y además que las ecuaciones pueden ser linealizadas, esto es, se considera que la modulación del patrón de intensidad es pequeña.

El cálculo del campo de cargas espaciales a partir de las ecuaciones de Kukhtarev resulta ser,

$$E_s = E_o + \{E_1 \exp[j(Kz - \delta w t)] + E_2 \exp[j(2Kz - 2\delta w t)] + E_3 \exp[j(3Kz - 3\delta w t)] + c.c.\} \quad (5)$$

en donde E_o es un campo externo estático aplicado al cristal y

$$E_1 = \Omega_1 \frac{A_0 A_{-1}^* + A_{+1} A_0^* \exp(-j\psi_1 x) + A_2 A_1^* \exp(-j(\psi_2 - \psi_1))}{\sum_{i=-1}^{+1} |A_i|^2} \quad (6)$$

$$E_2 = \Omega_2 \frac{A_{+1} A_{-1}^* \exp(-j\psi_1 x) + A_2 A_0^* \exp(-j\psi_2 x)}{\sum_{i=-1}^{+1} |A_i|^2} \quad (7)$$

$$E_3 = \Omega_2 \frac{A_{+2} A_{-1}^* \exp(-j\psi_2 x)}{\sum_{i=-1}^{+1} |A_i|^2} \quad (8)$$

$$\Omega_p = \Omega(\rho K) = \frac{(-E_o + jE_D)E_q}{E_q + E_D + jE_o - jpK\tau_d \frac{E_q}{E_M} (E_M + jE_o + E_D)} + S_{+2}^* S_1 \exp\left(j(\psi_2 - \psi_1)L\xi\right) \quad (9)$$

$$E_D = \frac{pKTk}{e} \quad E_q = \frac{eN_A^-}{\epsilon_o \epsilon_s pK} \quad a_{-11} = a_{1-1}^* = \Gamma_2^* L \left[S_0^* S_2^* \exp\left(j(\psi_2 - \psi_1)L\xi\right) + S_{-1} S_1^* \right] \quad (10)$$

$$E_M = \frac{\gamma N_A^-}{\mu p K} \quad v = \frac{\delta w}{K} \quad \tau_d = \frac{\epsilon_o \epsilon_s}{N_o e \mu} \quad a_{-12} = a_{2-1}^* = \Gamma_3^* L S_{-1} S_2^* \quad (11)$$

N_o es la densidad promedio de electrones y $p=1, 2, 3$. El campo de cargas espaciales obtenido es utilizado para obtener la variación en la permitividad. Si se reemplaza la permitividad calculada junto con el campo óptico (1) en la ecuación de onda,

$$\nabla^2 E_{opt} - \mu_o \epsilon_o \frac{\partial^2}{\partial t^2} ((\epsilon_r + \Delta\epsilon_r) E_{opt}) = 0 \quad (12)$$

se llega al conjunto de ecuaciones diferenciales acopladas para las amplitudes normalizadas siguiente,

$$\frac{d}{d\xi} \begin{bmatrix} S_{-1} \\ S_0 \\ S_{+1} \\ S_{+2} \end{bmatrix} = -j \begin{bmatrix} 0 & a_{-10} & a_{-11} & a_{-12} \\ a_{0-1} & 0 & a_{01} & a_{02} \\ a_{1-1} & a_{10} & 0 & a_{12} \\ a_{2-1} & a_{20} & a_{21} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_{-1} \\ S_0 \\ S_{+1} \\ S_{+2} \end{bmatrix} \quad (13)$$

en donde se define como la longitud normalizada que avanzan los haces en el cristal, siendo L la longitud del cristal y además,

$$a_{-10} = a_{0-1}^* = \Gamma_1^* L \left[S_0^* S_{-1} + S_{+1} S_0 \exp(j\psi_1 L\xi) \right]$$

$$+ S_{+2}^* S_1 \exp\left(j(\psi_2 - \psi_1)L\xi\right) \quad (14)$$

$$a_{-11} = a_{1-1}^* = \Gamma_2^* L \left[S_0^* S_2^* \exp\left(j(\psi_2 - \psi_1)L\xi\right) + S_{-1} S_1^* \right] \quad (15)$$

$$a_{-12} = a_{2-1}^* = \Gamma_3^* L S_{-1} S_2^* \quad (16)$$

$$a_{02} = a_{20}^* = \Gamma_2^* L \left[S_{-1} S_1^* \exp\left(-j(\psi_2 - \psi_1)L\xi\right) + S_0 S_2^* \right] \quad (17)$$

$$a_{12} = a_{21}^* = \Gamma_1^* L \left[S_2^* S_1 + S_0^* S_{-1} \exp\left(-j(\psi_2 - \psi_1)L\xi\right) + S_{+1} S_0 \exp\left(-j(\psi_2 - 2\psi_1)L\xi\right) \right] \quad (18)$$

$$a_{01} = a_{10}^* = \Gamma_1^* L \left[S_1^* S_0 + S_0^* S_{-1} \exp\left(-j\psi_1 L\xi\right) + S_{+2}^* S_1 \exp\left(j(\psi_2 - 2\psi_1)L\xi\right) \right] \quad (19)$$

$$S_i = A_i / \sum_{i=-1}^2 |A_i|^2 \quad i = -1, 0, +1, +2$$

$$\Gamma_l = c\Omega_l \quad l = 1, 2, 3 \quad c = \frac{w}{2} r \sqrt{\mu_o \epsilon_o \epsilon_r^3} \quad (20)$$

RESULTADOS

El sistema de ecuaciones diferenciales acopladas fue resuelto utilizando el método de Runge-Kutta de cuarto orden. Se tomaron valores iniciales para las amplitudes normalizadas S_{-1} y S_0 arbitrarios tales que $|S_0|^2 / |S_{-1}|^2 = 400$. Esto da un valor de modulación de el cual permite utilizar

la teoría linealizada. $S_{+1} = S_{+2} = 0$ a la entrada del cristal. Usamos parámetros reales para BSO iguales a los de la referencia [2], a saber, $s = 1.06 \times 10^{-5} m^2 / J$, $N_A = 0.95 \times 10^{22} m^{-3}$, $N_D = 10^{25} m^{-3}$, $\mu = 10^{-5} mVs^{-1}$, $\mu = 10^{-5} mVs^{-1}$, $\gamma = 1.65 \times 10^{-17} m^3 s^{-1}$, $r = 0.95 \times 10^{-12} m / V$, $\epsilon_S = 56$, $\epsilon_r = 6.86$. La longitud del cristal se tomó como $L = 10mm$, la longitud de onda de la radiación fue tomada como $\lambda = 543.5nm$ proveniente de un láser de He-Ne y la intensidad total fue $I_o = 5mWcm^{-2}$. Se tomaron ángulos de incidencia de 0.20, 0.25, 0.30 y 0.35 grados y un campo externo de $15kV / cm$. La parte imaginaria de la

constante de acoplamiento $\Gamma_1 L$, como función de la velocidad del patrón de interferencia, fue optimizada mediante el método de la sección dorada con el fin de maximizar el acoplamiento del haz incidente 0 con el armónico +1. En cada ángulo $imag(\Gamma_1 L)$ tiene los valores de 8.73, 9.60, 10.05 y 10.19 respectivamente. Las figuras 3a-3d muestran, para cada uno de los casos anteriores, las intensidades normalizadas de los haces incidentes y los armónicos +1 y +2 a lo largo de la distancia normalizada de avance de las ondas en el cristal.

CONCLUSIONES

Los valores de los parámetros off-Bragg adimensionales $\psi_1 L$ y $\psi_2 L$ son

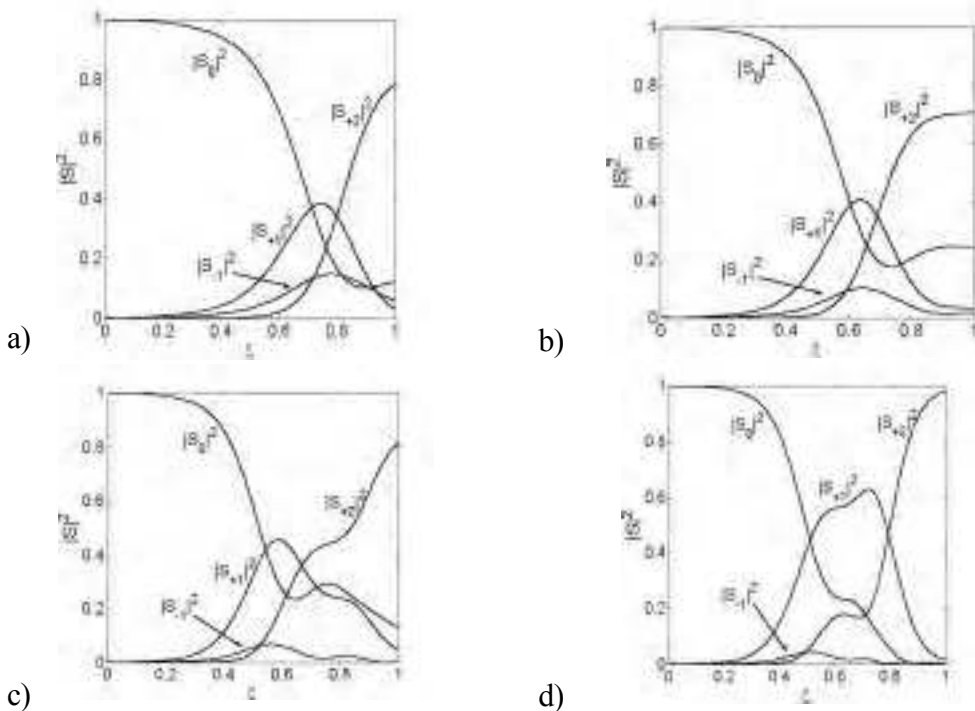


Figura. 3 propagación de haces en el cristal para ángulos de incidencia iguales a, a) 0.20, b) 0.25, c) 0.30 y d) 0.35 grados y un campo externo de $15 kV / cm$.

respectivamente 5.63 y 16.9 para $\theta = 0.20$, 8.80 y 26.4 para $\theta = 0.25$, 12.6 y 38.0 para $\theta = 0.30$, 17.2 y 51.7 para $\theta = 0.35$. El aumento de los parámetros off-Bragg desfavorece la aparición de los armónicos y este aumenta cuando aumenta el ángulo de incidencia. Sin embargo, el período de red Λ depende del ángulo de incidencia y las constantes de acople dependen de este período de red. En los casos considerados el valor óptimo de $\text{imag}(\Gamma_1 L)$ aumenta a medida que lo hace el ángulo de incidencia. La optimización de $\text{imag}(\Gamma_1 L)$ permite que se fortalezca el intercambio de potencia

entre el haz incidente 0 y el armónico +1. Una vez este armónico a adquirido una cantidad apreciable de energía, contribuye a la generación del orden de difracción +2. Esta onda +2 adquiere en todos los casos una cantidad apreciable de energía pudiendo, como en el caso c), llegar a tener casi la totalidad de la energía incidente.

RECONOCIMIENTOS

Este trabajo forma parte de los resultados de investigación obtenidos por los autores durante su formación doctoral en la Universidad Industrial de Santander, al interior del Grupo de Óptica y Tratamiento de Señales.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

1. L. B. Au, L. Solymar, IEEE, J. Quantum Electrón. 24 (2): 162-168, 1988
2. N. V. Kukhtarev, Ferroelectrics 22: 949-964, 1979
3. Ph. Refregier, L. Solymar, H. Rajbenbach, J. P. Huignar, J. Appl. Phys. 58 (1): 45-57, 1985
4. Vachss, L. Hesselink, J. Opt. Soc. Am. B 5 (8): 1814-1821, 1988
5. L. B. Au, L. Solymar, Opt. Lett. 13 (8): 660-662, 1988
6. L. B. Au, L. Solymar, J. Opt. Soc. Am. A 7 (8): 1554-1561, 1990
7. T. Gatlin, N. Singh, Opt. Lett. 24 (22): 1593-1595, 1999
8. T. Gatlin, N. Singh, Opt. Commun. 191: 411-418, 2001
9. A. Salazar, J. Rueda, Opt. Commun. 212, 191-198, 2002
10. A. Salazar, J. Rueda, M. Lasprilla, Rev. Col. Fís. 34 (1), 183-186, 2002
11. A. Salazar, J. Rueda, M. Lasprilla, Rev. Col. Fís. 33 (2), 337-341, 2001