

# SÍNTESIS ÓPTICA DE FILTROS DE FOURIER FRACCIONAL FOTORREFRACTIVOS

Jorge E. Rueda <sup>1</sup>  
Maria Lasprilla <sup>2</sup>

<sup>1</sup> Facultad de Ciencias Básicas, Grupo de Investigaciones en Óptica y Plasma, Universidad de Pamplona, Colombia, [jruedap2003@unipamplona.edu.co](mailto:jruedap2003@unipamplona.edu.co)

<sup>2</sup> Grupo de Óptica y Tratamiento de Señales, UIS, Colombia, [marlas@uis.edu.co](mailto:marlas@uis.edu.co)

## RESUMEN

Se presentan los resultados de la realización experimental de un correlador óptico sensible a la traslación del objetivo. En esta construcción la transformada de Fourier Fraccional se obtiene por propagación libre; se considera la aproximación paraxial.

## ABSTRACT

The results of the experimental accomplishment of a sensible optical correlator to the translation of the objective appear. In this construction the Fractional Fourier transform is obtained by free propagation; the paraxial approach is considered.

## INTRODUCCIÓN

La implementación óptica de un correlador está ligada a las propiedades de la transformada de Fourier; el principio de este procesador es un filtrado óptico sobre el plano espectral, seguido de una transformación de Fourier<sup>[1]</sup>. La industria, la medicina, la seguridad y el campo militar, son algunas áreas de acción del procesamiento de señales mediante el uso del correlador. Para algunas aplicaciones es importante que el procesador responda en tiempo real; los materiales fotorrefractivos son objeto de estudio en este sentido, debido a que son materiales de alta sensibilidad temporal y también por su alta capacidad de memoria <sup>[2,3,8,9]</sup>.

Los fotorrefractivos son medios ópticos no lineales; el fenómeno involucrado se conoce como efecto fotorrefractivo y se manifiesta como un cambio local del índice de refracción, cuando el material se perturba con luz de intensidad espacialmente no homogénea <sup>[2]</sup>.

El producto de correlación tomó una forma más amplia gracias a la generalización de la transformada de Fourier, hoy conocida como la Transformada Fourier Fraccional (Fractional Fourier Transform (FRFT))<sup>[4-9]</sup>. La FRFT de una imagen contiene información espacio-espectral, característica de la FRFT que condujo a redefinir las propiedades de la operación de correlación. La correlación clásica y la correlación fraccional difieren principalmente en sus propiedades; una de esas diferencias es la varianza a la traslación, propia de la correlación fraccional. Con respecto a esta aplicación de la FRFT, Grannieri et al (1996) y Rueda et al (2002), proponen correladores fotorrefractivos sensibles a la traslación de los objetos en la escena de entrada, en ambos casos se utilizan lentes refractivas para generar la FRFT<sup>[8,9]</sup>.

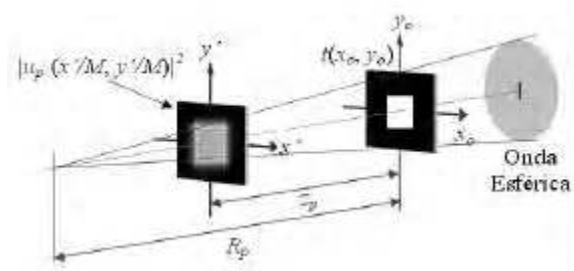


Figura 1. Arreglo óptico para obtener la FRFT por propagación libre.

En este artículo se muestran los resultados de la implementación de un correlador fotorrefractivo fraccional, tipo Vander Lugt. El aporte principal del trabajo está en el hecho de haber considerado la propagación libre para sintetizar el filtro de correlación.

Un arreglo óptico como el de la Fig.1 se utilizó para generar la FRFT del objeto difractor, de transmitancia  $t(x_0, y_0)$ , mediante la propagación libre del campo óptico difractado de este objeto; la distancia  $Z_p$  a la cual se produce el campo de Fresnel equivalente a la FRFT de orden  $p$ , escalada en un factor  $M = \cos \frac{\pi}{2} p$ , y el radio de curvatura  $R_p$  del frente de onda que ilumina la pupila, vienen dadas por las siguientes expresiones<sup>[7]</sup>, respectivamente:

$$Z_p = Q \cdot \sin \frac{\pi}{2} p ; \quad R_p = \frac{Q}{\tan \frac{\pi}{4} p} ; \quad (1)$$

donde  $Q$  se denomina factor de escala estándar. Para cada  $Q$  se puede generar una serie fraccional de Fourier de ordenes  $p=0, \dots, 1$  por propagación libre; el procedimiento se limita a modificar la curvatura de la onda esférica sobre la pupila y mover el plano de observación.

## IMPLEMENTACIÓN Y RESULTADOS

La correlación fraccional entre un patrón de referencia  $f(x_o, y_o)$  y un objetivo  $g(x_o, y_o)$  se define de la siguiente manera:

$$C^{pq,r}(x, y) = F^p \{ F^q \{ g(x_o, y_o) \} \cdot F^r \{ f(x_o, y_o) \}^* \}; \quad (2)$$

donde p, q y r son órdenes fraccionales de la transformación de Fourier. La Ec.(2) es una función de correlación siempre que la operación satisfaga el criterio de Sharpness<sup>[9]</sup>. La Fig.2 muestra un esquema del correlador implementado, el cual satisface la Ec.(2); los resultados que se presentan corresponden a un funcionamiento donde  $p=-1$ , y  $q=r$ . La lente L1, de longitud focal +100cm, cumple la función de emisor esférico para el plano objeto; se eligió  $Q=40$ cm.

Se utilizó un cristal de BSO, de espesor  $L_z=4.73$  mm y corte cristalográfico  $(110)$ ,  $(\bar{1}10)$  y  $(100)$ . Adicionalmente, el cristal se perturbó mediante un campo eléctrico externo  $E_o = 0.743$  kV/mm, con lo que se mejora la eficiencia de difracción del filtro; el campo se aplicó en dirección perpendicular al plano  $(110)$ ; la luz incide sobre la cara  $(\bar{1}10)$ .

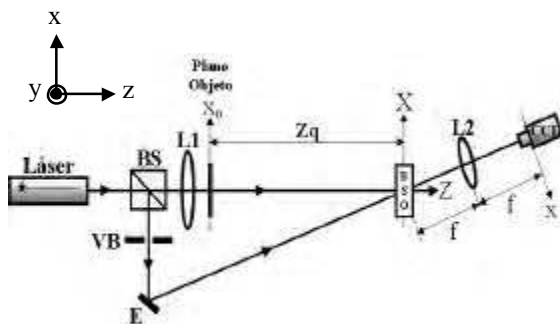
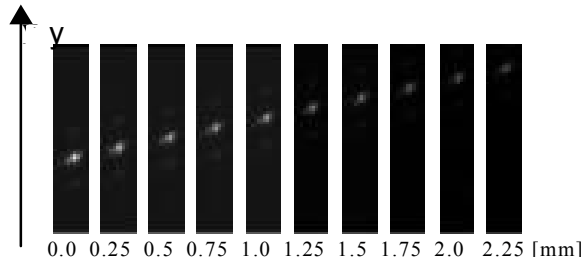


Figura 2. Arreglo experimental del correlador. E: espejo; VB: ventana de bloqueo del haz de referencia; BS: cubo divisor de haz. L1: lente de longitud focal +100cm; L2: lente de longitud focal  $f=+30$ cm.

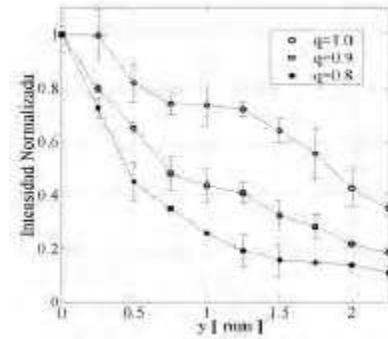
La fuente óptica del correlador es un láser de He-Ne de emisión en la longitud de onda 543 nm y una potencia de salida de 4 mW. El haz que incide sobre el divisor de haz BS, fue convenientemente expandido y colimado; el haz objeto y el haz de referencia forman un ángulo de  $16^\circ$  entre sí. Para las pruebas de sensibilidad a la traslación se utilizó una transparencia, ubicada sobre el plano  $(x_o, y_o)$ , de transmitancia igual a una letra E ("arial"), de tamaño 2mmx1mm y se montó sobre una plataforma de movimiento vertical (eje y) de paso fino (0.25mm). La lente L2, de distancia focal +30 cm, genera la FRFT de orden  $p=-1$  sobre el plano de la cámara CCD (plano de correlación).

El funcionamiento del procesador se estudió por auto-correlación, mediante la siguiente rutina: (1). Síntesis del filtro: registro holográfico de la FRFT de la letra E; (2). Auto-correlación: bloqueo de la VB, entonces la FRFT del paso (2) se difracta en el volumen del BSO y a través de la lente L1 se genera sobre la CCD el pico de auto-correlación; (3). Movimiento del objetivo: para cada desplazamiento de 0.25 mm, en la dirección y, se registra la intensidad máxima del pico de auto-correlación.

Los resultados de esta implementación se muestran en la Fig.3; se representa la intensidad normalizada del pico de correlación versus el desplazamiento de la letra E, para tres ordenes fraccionales. Los resultados obtenidos muestran que el correlador implementado detecta el desplazamientos del objetivo, aun para  $q=r=1.0$ ; la varianza a la traslación observada para  $q=1.0$  se debe a que el filtro sintetizado es un holograma de volumen, de tal forma que un desplazamiento del objetivo con respecto al origen hace que el haz difractado del filtro se produzca en el régimen off-Bragg; una consecuencia directa es la disminución de la eficiencia de difracción, en forma inversa al desplazamiento; tal el efecto se advierte



(a). Imágenes del plano de correlación para  $q=r=1.0$ .



(b).

Figura 3. Intensidad del pico de correlación versus desplazamiento vertical del objeto de prueba; (b): Resultados de las pruebas con  $q=r=1.0$ , curva superior;  $q=r=0.9$ , curva intermedia;  $q=r=0.8$ , curva inferior.

en la atenuación del pico de correlación (ver Fig.3.(a)).

## CONCLUSIONES

Las pruebas del correlador implementado reportan una varianza espacial importante; por ejemplo, cuando  $q=r=0.8$ , la energía del pico decae al 80% ante un desplazamiento del objetivo igual a 1.25 mm; en el caso de  $q=r=0.9$  se requiere de un desplazamiento de 2 mm para obtener una sensibilidad igual que en el primer caso, en otras palabras el aumento en la sensibilidad del correlador se puede manipular disminuyendo los órdenes fraccionales  $q$  y  $r$  de las correspondientes transformaciones. Es importante resaltar, que desde el punto de vista de construcción y funcionamiento, el caso de propagación libre facilita tanto el alineamiento del sistema holográfico como también el funcionamiento

del correlador mismo. Cambiar de orden fraccional  $q$  y  $r$ , con lo que se modifica la sensibilidad a la traslación, tan solo requiere mover el plano objeto y el cristal ó el plano objeto y la lente; por razones técnicas mover el cristal no es un procedimiento recomendable. Dada la flexibilidad para la construcción y funcionamiento del arreglo propuesto, es posible pensar en el desarrollo de un correlador compacto y sensible a la traslación que permita, por ejemplo, controlar con alto grado de precisión el posicionamiento de un objeto.

## RECONOCIMIENTOS

El presente trabajo fue realizado en el Laboratorio de Óptica y Tratamiento de Señales, de la Escuela de Física de la Universidad Industrial de Santander, Bucaramanga-Colombia.

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

1. VANDER LUGT, A. Signal detection by complex spatial filtering. IEEE transactions on Information, Vol. 10, (1964), p. 139
2. GLASS, M. The photorefractive effect. Opt. Eng., Vol. 17, (1978), p. 470.
3. NISENSEN, P. and SPRAGUE, R. Real-time optical correlation. Appl. Opt., Vol. 14, (1975), p. 2602.
4. LOHMANN, A. Image rotation, wigner rotation, and the fractional Fourier transform. Opt. Soc. Am., Vol. 10, (1993), p. 2181.
5. OZAKTAS, H. and MENDLOVIC, D. Fourier transform of fractional order and their optical interpretation. Opt. Comm., Vol. 101, (1993), p. 163.
6. PELLAT-FINET, P. and BONNET, G. Fractional order Fourier transform and Fourier optics. Opt. Comm., Vol. 111, (1994), p. 141.
7. GRANIERI, S.; TRABOCCHI, O. and SICRE, E. Fractional fourier transform applied to spatial filtering in the fresnel domain. Opt. Comm., Vol. 119, (1995), p. 275.
8. GRANIERI, S.; LASPRILLA, M.; BOLOGNINI, N. and SICRE, E. Space-variant optical correlator based on the fractional fourier transform: implementation by the use of a photorefractive Bi<sub>12</sub>GeO<sub>20</sub> (BGO) holographic filter. Appl. Opt., Vol. 35, (1996), p. 6951.
9. RUEDA, J.; TEBALDI, M.; GRANIERI, S. and BOLOGNINI, N. Implementation of a photorefractive correlator based on a fake zoom lens. Optik, Urban&Fischer Verlag, Vol. 113 No.8, (2002), p.309.