

# Aplicaciones De Procesamiento Wavelet Con Materiales Fotorrefractivos

Ángel Salazar

*Grupo de Óptica y Espectroscopía (GOE), Escuela de Ingenierías, Centro de Ciencia Básica,  
Universidad Pontificia Bolivariana, A. A. 56006, Medellín, Colombia.*

*angel.salazar@upb.edu.co*

---

## RESUMEN

En los últimos años, la actividad investigativa en análisis wavelet se ha incrementado debido a las diversas e importantes aplicaciones que ha encontrado en los campos de la ciencia e ingeniería. Dentro de algunas de estas aplicaciones se encuentran la compresión de señales, la eliminación de ruido en imágenes y señales de audio, la detección de objetos, el reconocimiento de patrones, y el análisis multiresolución, el cual puede ser considerado como la herramienta más poderosa del análisis wavelet. En el procesamiento de imágenes y reconocimiento de patrones, por ejemplo, la transformación Wavelet se usa para resaltar las características locales de las imágenes y mejorar los resultados de la correlación entre dos patrones mediante el uso de filtros Wavelet. Sin embargo, el problema de ejecución en tiempo real de un correlador o de sistemas de procesamiento Wavelet queda aún remanente debido a que la síntesis de los filtros debe ser previa a la ejecución de la operación en cuestión. Los cristales fotorrefractivos, usados como medios de registro dinámicos, ofrecen una alternativa para mejorar la ejecución en tiempo real en sistemas de procesamiento óptico, en particular, en sistemas para aplicaciones de procesamiento wavelet. Los materiales fotorrefractivos silenitas, tales como el óxido de silicio y bismuto, conocido como BSO, presentan una alta fotosensibilidad y por tanto, son apropiados para aplicaciones en tiempo real. En este trabajo, se presentan las ideas fundamentales del procesamiento Wavelet, así como un análisis del contenido en frecuencia de las funciones de escalamiento y funciones wavelet. Adicionalmente, se consideran algunas aplicaciones como el análisis multiresolución, la correlación de patrones y la localización de objetos, las cuales son implementadas mediante esquemas para mezcla de ondas en cristales fotorrefractivos. La confrontación de los resultados experimentales y numéricos muestra un buen acuerdo entre éstos.

**Palabras Clave:** Procesamiento Wavelet, análisis multiresolución, cristal fotorrefractivo.

## ABSTRACT

In the last years, the research activity in wavelet analysis has been increased because of the several and important applications it has found in science and engineering fields. Among these applications are the signal compression, the audio and image denoising, object detection, the pattern recognition, and the multiresolution analysis, which could be considered as the most powerful tool of the wavelet analysis. In image processing and pattern recognition, for instance, the wavelet transform is used to enhance the local features of images and to improve the correlation profiles between two patterns by using wavelet filters. However, the problem of the real-time performance of a correlator or wavelet processing system still remains because the synthesis of the filters must be previously achieved before the particular operation is performed. The photorefractive crystals, used as dynamic recording media, offer an alternative to improve the real-time performance of optical processing systems, in particular, in applications with wavelet processing. Silenite photorefractive materials, such as the bismuth silicon oxide, known as BSO, have a high photosensitivity and therefore, are appropriated for real-time image processing. In this work, the fundamental ideas of the wavelet analysis and the frequency content of the Coiflets wavelet filters. Some applications such as multiresolution analysis and pattern recognition are considered, which are implemented by using wave-mixing schemes in photorefractive crystals, are presented. Experimental and numerical results are confronted, and a good agreement is obtained.

**Keywords:** Wavelet processing, multiresolution analysis, photorefractive crystal.

---

---

## 1. INTRODUCCIÓN

Desde la década de los años 90, la actividad investigativa en análisis wavelet se ha incrementado debido a las diversas aplicaciones que esta herramienta ha encontrado en la ciencia e ingeniería. La eliminación de ruido en señales de audio y en imágenes, el aumento y reconocimiento de imágenes, la detección de objetos, la compresión de señales, se encuentran entre los más interesantes problemas que pueden ser enfrentados con el análisis wavelet. El análisis multiresolución puede ser considerado como la más significativa y poderosa herramienta del análisis wavelet. Mediante éste, una señal original puede ser descompuesta en una señal promediada o de baja resolución y una o varias señales de detalles. Las señales de detalles sumadas a la señal promediada crean versiones de diferente resolución para la función original. En el campo de la óptica ya han sido demostradas diversas aplicaciones de procesamiento de imágenes basadas en la transformada wavelet (WT) Salazar et al<sup>1,2</sup>, por ejemplo, implementaron un correlador óptico en tiempo real mediante filtro adaptado usando mezcla de cuatro ondas con un esquema tipo reflexión en un cristal BSO y el filtro wavelet conocido como sombrero mexicano. La razón señal a ruido (SNR) o la habilidad de discriminación pueden ser mejoradas si se escoge un factor de dilatación adecuado para el filtro wavelet utilizado. El filtro comúnmente usado es el sombrero mexicano debido a que éste tiene una transformada de Fourier real y positiva, y su simetría circular resulta apropiada para aplicaciones tales como la identificación de huellas dactilares. En este caso, el módulo cuadrado de la transformada del sombrero mexicano actúa como un filtro pasa-banda seleccionando las frecuencias espaciales en el espectro de Fourier de la imagen original. Recientemente, Salazar y Lorduy reportaron un sistema de filtrado adaptado wavelet usando un cristal fotorrefractivo BSO y filtros Coiflets<sup>3-7</sup>. Las bases Coiflet 2-D<sup>4,5</sup> son generadas mediante el producto tensorial entre bases Coiflets 1-D y son separables en  $x$  y  $y$ . De este modo la propiedad pasa-banda de los filtros 1-D repercute en proporcionar a los filtros 2-D la habilidad de direccionalidad. A diferencia de los filtros basados en el sombrero mexicano, los filtros basados en Coiflets permiten seleccionar detalles horizontales, verticales y diagonales de una imagen. Los detalles diagonales son, en efecto, los detalles residuales correspondientes a las direcciones de  $+45^\circ$  y  $-45^\circ$ , las cuales contienen información adicional a las otras bandas orientadas a  $0^\circ$  y  $90^\circ$ . A diferencia del sombrero mexicano, para el cual el factor de dilatación es usado para modificar el radio del filtro pasa-banda, al usar los filtros Coiflets los detalles en versiones de resolución más altas se obtienen usando filtros pasa-altos y aumentando el nivel de multiresolución en el análisis wavelet. Esto provee una forma controlada para seleccionar características de las imágenes, lo cual pudiera usarse para revisar adecuadamente los perfiles de correlación entre dos imágenes. Los cristales fotorrefractivos, usados como medios de registro dinámicos, ofrecen una alternativa para mejorar la ejecución en tiempo real en sistemas de procesamiento óptico, en particular, en sistemas para aplicaciones de procesamiento wavelet. Los materiales fotorrefractivos silenitas, tales como el óxido de silicio y bismuto, conocido como BSO, presentan una alta fotosensibilidad y por tanto, son apropiados para aplicaciones en tiempo real. En este trabajo, se presentan las ideas fundamentales del procesamiento wavelet, considerando algunas aplicaciones como el análisis multiresolución y la correlación de patrones, las cuales son implementadas mediante esquemas para mezcla de ondas en cristales fotorrefractivos.

## 2. ANÁLISIS MULTIRESOLUCIÓN WAVELET

Con el análisis multiresolución wavelet, una imagen  $f(x, y)$  puede ser expresada como una imagen promedio y otras imágenes que contienen los detalles horizontales, verticales y diagonales<sup>3-5</sup>. Para el primer nivel de multiresolución, la transformada de Fourier de la imagen promedio está relacionada con la transformada de Fourier de la imagen original mediante la expresión,

$$FT A^1 \approx \left| FT \varphi_j^1 \otimes \varphi_j^1 \right|^2 FT f \quad (1)$$

$\left| FT \varphi_j^1 \otimes \varphi_j^1 \right|^2$  es el módulo cuadrado de la transformada de Fourier del producto tensorial entre cualquiera de las funciones de escalamiento de primer nivel  $\varphi_j^1$ . Este módulo cuadrado actúa como un filtro pasa-bajos sobre la transformada de Fourier de la imagen original  $FT f$ , de tal forma que,  $FT A^1$  contiene sólo valores bajos de frecuencia. Los detalles horizontales, verticales y diagonales, son representados por las imágenes  $D_h^1, D_v^1$  y  $D_d^1$ , respectivamente. La transformada de Fourier de la imagen  $D_h^1$ , por ejemplo, la cual contiene los detalles horizontales

de  $f$ , está relacionada con la transformada de Fourier de  $f$  mediante la expresión,

$$FT D_h^1 \approx \left| FT \phi_j^1 \otimes \psi_j^1 \right|^2 FT f \quad (2)$$

$\left| FT \phi_j^1 \otimes \psi_j^1 \right|^2$  actúa como un filtro pasa-altos sobre los valores de  $FT f$ , de tal manera que  $FT D_h^1$  contiene solamente valores altos de frecuencia correspondientes a los detalles horizontales de la imagen original  $f$ . Expresiones similares se tienen para la transformada de Fourier de las imágenes  $D_v^1$  y  $D_d^1$ , las cuales contienen los detalles verticales y diagonales de primer nivel, respectivamente,

$$FT D_v^1 \approx \left| FT \psi_j^1 \otimes \phi_j^1 \right|^2 FT f \quad (3)$$

$$FT D_d^1 \approx \left| FT \psi_j^1 \otimes \psi_j^1 \right|^2 FT f \quad (4)$$

Expresiones análogas se satisfacen para niveles de multiresolución superiores, como se muestra en las ecuaciones (5)-(8),

$$FT A^k \approx \left| FT \phi_j^k \otimes \phi_j^k \right|^2 FT f \quad (5)$$

$$FT D_h^k \approx \left| FT \phi_j^k \otimes \psi_j^k \right|^2 FT f \quad (6)$$

$$FT D_v^k \approx \left| FT \psi_j^k \otimes \phi_j^k \right|^2 FT f \quad (7)$$

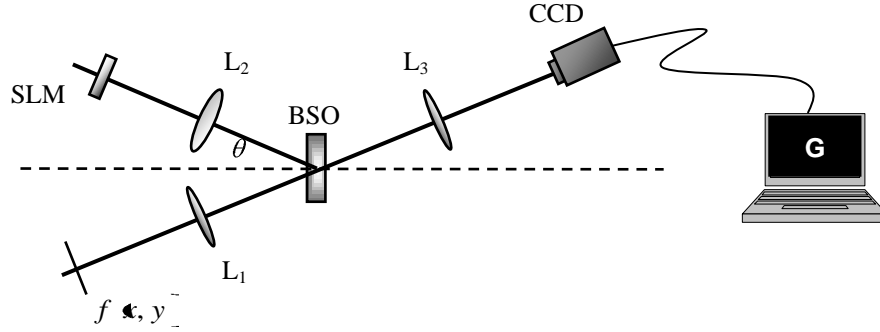
$$FT D_d^k \approx \left| FT \psi_j^k \otimes \psi_j^k \right|^2 FT f \quad (8)$$

Para  $k \geq 2$ ,  $\left| FT \phi_j^k \otimes \psi_j^k \right|^2$ ,  $\left| FT \psi_j^k \otimes \phi_j^k \right|^2$  y  $\left| FT \psi_j^k \otimes \psi_j^k \right|^2$ , actúan como filtros pasa-bandas en lugar de filtros pasa-altos, de tal manera que seleccionan pequeñas bandas de frecuencias de los valores de frecuencia de la transformada de Fourier de  $f$ .

## 2.1 Desarrollo experimental

En la Fig. 1, se muestra un esquema de un arreglo experimental fotorrefractivo para análisis multiresolución wavelet. El cristal fotorrefractivo se localiza en el plano de Fourier de la lente  $L_1$ . La transparencia  $f(x, y)$  se localiza en el plano focal frontal de esta lente constituyendo el patrón de entrada. La transparencia  $f(x, y)$  es iluminada con luz láser de longitud de onda  $\lambda$ . La transformada de Fourier  $FT f$  de este objeto se localiza mediante la lente  $L_1$  en la región del cristal fotorrefractivo. La interferencia de este haz con una onda de referencia transportando la información de  $\left| FT \phi_j^k \otimes \phi_j^k \right|$ ,  $\left| FT \phi_j^k \otimes \psi_j^k \right|$ ,  $\left| FT \psi_j^k \otimes \phi_j^k \right|$ , ó  $\left| FT \psi_j^k \otimes \psi_j^k \right|$ , genera un patrón de luz que produce la fotogeneración de cargas en el cristal, cuya redistribución induce un campo de carga espacial que genera una variación en el índice refractivo a través del efecto electro-óptico. La información de los filtros es colocada en el haz de referencia mediante un modulador especial de luz SLM. La lente  $L_2$  produce la imagen del filtro sobre el cristal con una

magnificación unidad.



**Figura 1.** Esquema experimental para análisis wavelet.

En el proceso de lectura, el haz de referencia actúa como haz de lectura y es difractado por la red fotorrefractiva registrada en el cristal. La transformada de Fourier de la señal difractada es localizada en el plano focal posterior de la lente  $L_3$ , donde el patrón de intensidad se observa mediante una cámara CCD. La eficiencia de difracción está dada por  $\eta = I_{out}(\mathbf{u}, \mathbf{v}) / I_{in}(\mathbf{u}, \mathbf{v})$ , donde  $I_{in}(\mathbf{u}, \mathbf{v})$  es la intensidad de cualquiera de los filtros de lectura e  $I_{out}(\mathbf{u}, \mathbf{v})$  es la intensidad difractada. Es posible mostrar entonces que la amplitud del campo a la salida del cristal está dada en cada caso por,

$$FT A^k \propto \left( \frac{\pi n^3 r L E_{eff}}{I_o \lambda \cos \theta} \right) \left| FT \phi_j^k \otimes \phi_j^k \right|^2 FT f \quad (9)$$

$$FT D_h^k \propto \left( \frac{\pi n^3 r L E_{eff}}{I_o \lambda \cos \theta} \right) \left| FT \phi_j^k \otimes \psi_j^k \right|^2 FT f \quad (10)$$

$$FT D_v^k \propto \left( \frac{\pi n^3 r L E_{eff}}{I_o \lambda \cos \theta} \right) \left| FT \psi_j^k \otimes \phi_j^k \right|^2 FT f \quad (11)$$

$$FT D_d^k \propto \left( \frac{\pi n^3 r L E_{eff}}{I_o \lambda \cos \theta} \right) \left| FT \psi_j^k \otimes \psi_j^k \right|^2 FT f \quad (12)$$

donde  $n$  es el índice refractivo promedio del cristal,  $r$  el coeficiente electro-óptico,  $L$  el espesor,  $2\theta$  el ángulo inter-haz, y  $E_{eff}$  es el campo efectivo relacionado con el campo de carga especial  $E_{sc}$ , a través de la expresión  $E_{sc} = -mE_{eff}$ , donde  $m$  es la modulación del patrón de franjas sobre el cristal.

## 2.2 Resultados numéricos y experimentales

Para demostrar el análisis multiresolución wavelet mediante el arreglo de mezcla de dos ondas tipo transmisión, se uso

una transparencia de la letra “G” como patrón original  $f(x, y)$ , la cual es mostrada en la Fig. 2.



**Figura 2.** Patrón original  $f(x, y)$ .

Parámetros teóricos y experimentales, se usaron para obtener la descomposición numérica a varios niveles de multiresolución de la imagen original. Como ejemplo, la Fig. 3 muestra resultados tanto numéricos como experimentales para los detalles horizontales de la imagen a primer y segundo nivel de multiresolución. El contraste de las imágenes ha sido intencionalmente invertido. Los resultados muestran la posibilidad de realizar análisis multiresolución de imágenes con el sistema implementado.

Primer nivel	Filtro wavelet Coiflet	Resultado numérico	Resultado experimental
<b>Detalles horizontales</b> Filtro pasa-alto $ FT \varphi_j^1 \otimes \psi_j^1 ^2$ Imagen de detalles horizontales $D_h^1$			
Segundo nivel	Filtro wavelet Coiflet	Resultado numérico	Resultado experimental
<b>Detalles horizontales</b> Filtro pasa-banda $ FT \varphi_j^2 \otimes \psi_j^2 ^2$ Imagen de detalles horizontales $D_h^2$			

**Figura 3.** Resultados numéricos y experimentales para el primer y segundo nivel de multiresolución de los detalles horizontales del patrón original.

### 3. CORRELACIÓN WAVELET

The transformada wavelet continua (WT) de una señal  $f(x, y)$  se define mediante la operación,

$$W_f^a(x, c) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x, y) \overline{h_a^*(x-b, y-c)} dx dy \quad (13)$$

donde \* indica conjugado complejo y

$$h_a = \sqrt{|a|} \overline{h}(\cdot/a, y/a) \quad (14)$$

es una función denominada wavelet hija, la cual es obtenida mediante dilatación de una wavelet madre  $h_a(x, y)$ .  $a$  es el factor de dilatación. En la ecuación (13),  $b$  y  $c$  son parámetros de corrimiento en las direcciones  $x$  y  $y$ , respectivamente. De acuerdo con la ecuación (13), la WT de una imagen  $f(x, y)$  es la correlación cruzada compleja entre  $f(x, y)$  y  $h_a(x, y)$ , esto es

$$W_f^a(x, y) = f(x, y) \otimes h_a^*(x, y) \quad (15)$$

donde  $\otimes$  denota la operación correlación. En el espacio de Fourier, la ecuación anterior se escribe,

$$\mathcal{F}\{f(x, y) \otimes h_a^*(x, y)\} = \mathcal{F}\{W_f^a(x, y)\} = F(u, v)H_a^*(u, v) \quad (16)$$

donde,  $\mathcal{F}$  - denota transformada de Fourier, y  $F(u, v)$  y  $H_a(u, v)$  son las transformadas de Fourier de  $f(x, y)$  y  $h_a(x, y)$ , respectivamente. Así, la transformada wavelet  $W_f^a(x, y)$ , produce un filtrado de  $f(x, y)$  tal que el resultado de la correlación cruzada es una versión de la imagen de entrada vista en la banda frecuencial que impone la función wavelet. Si  $W_t$  y  $W_r$  son las WT de una señal blanco  $t(x, y)$  y una señal de referencia  $r(x, y)$ , respectivamente, la correlación cruzada  $W_t^a(x, y) \otimes W_r^a(x, y)$  debe tener, en principio, una habilidad mayor de discriminación que la correlación con filtro adaptado convencional. En el dominio de Fourier, la operación se expresa como,

$$\mathcal{F}\{W_t^a(x, y) \otimes W_r^a(x, y)\} = \mathcal{F}\{W_t^a(x, y)\} \mathcal{F}^*\{W_r^a(x, y)\} \quad (17)$$

Renombrando  $b \rightarrow x$  y  $c \rightarrow y$ , la correlación entre las transformadas wavelet de la señal blanco  $t(x, y)$  y la señal de referencia  $r(x, y)$ , puede ser expresada como,

$$C(x, y) = W_t^a(x, y) \otimes W_r^a(x, y) = \int_{-\infty}^{+\infty} T(u, v) R^*(u, v) [H_a(u, v)]^2 \exp i\{2\pi(au + yv)\} dudv \quad (18)$$

### 3.1 Desarrollo experimental

La Fig.4 muestra un esquema para mezcla de cuatro ondas y correlación en medios fotorrefractivos.

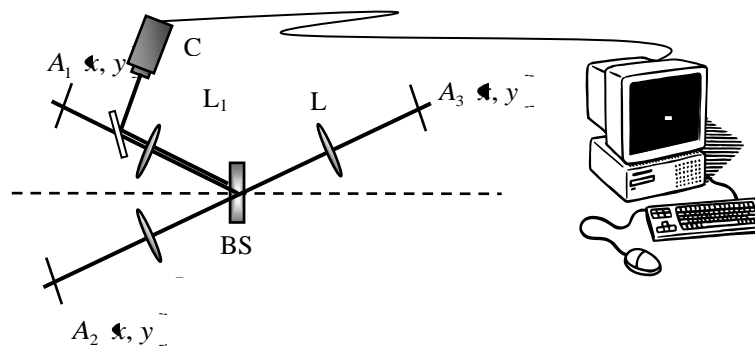


Figura 4. Arreglo para mezcla de cuatro ondas y correlación.

En nuestro esquema experimental se usó un arreglo tipo reflexión.  $A_1(x, y)$ ,  $A_2(x, y)$  y  $A_3(x, y)$  son los patrones de entrada. El patrón de referencia  $r(x, y)$  y el patrón blanco  $t(x, y)$  inciden por lados opuestos de un cristal BSO y son equivalentes a  $A_1(x, y)$  y  $A_3(x, y)$  en la Fig. 4, respectivamente. El cristal fotorrefractivo es localizado en el plano de Fourier de las lentes  $L_1$ ,  $L_2$  y  $L_3$ . Las lentes son usadas para transformar estos patrones de entrada en sus respectivas transformadas de Fourier  $a_1(x, v)$ ,  $a_2(x, v)$  y  $a_3(x, v)$ . Las lentes  $L_1$  y  $L_2$  transforman  $r(x, y)$  y  $t(x, y)$  en sus transformadas de Fourier  $R(x, v)$  y  $T(x, v)$ , respectivamente. Los haces  $A_2(x, y)$  y  $A_3(x, y)$  son haces contrapropagantes. En el proceso de mezcla de cuatro ondas se genera una onda conjugada en el cristal cuya amplitud compleja está dada por,

$$a_4(x, v) = ca_1^*(x, v) a_2(x, v) a_3(x, v) \quad (19)$$

donde  $c$  es una constante que depende de parámetros experimentales. Si  $a_1(x, v)$  es identificado con  $R(x, v)$ ,  $a_2(x, v)$  con  $|H(x, v)|^2$ , y  $a_3(x, v)$  con  $T(x, v)$ , la ecuación anterior toma la forma,

$$a_4(x, v) = cR^*(x, v) |H(x, v)|^2 T(x, v) \quad (20)$$

Note que  $R(x, v)$  y  $T(x, v)$  son incidentes desde lados opuestos del cristal. Una nueva transformada de Fourier produce el resultado,

$$A_4(x, y) = c \int_{-\infty}^{+\infty} T(u, v) R^*(x, v) |H_{a,b}(x, v)|^2 \exp[-i2\pi(xu + yv)] du dv \quad (21)$$

De tal manera que la señal conjugada de salida  $A_4(x, y)$  es proporcional a la correlación entre las transformadas wavelet de la señal blanco  $t(x, y)$  y el haz de referencia  $r(x, y)$ . De acuerdo con las ecuaciones (19) y (20), la transformada de Fourier  $a_2(x, v)$ , del haz  $A_2(x, y)$ , es equivalente al módulo cuadrado  $|H_a(x, v)|^2$  de la transformada de Fourier de la wavelet  $h_a(x, y)$ . La lente  $L_2$  produce una imagen de  $A_2(x, y)$ , i.e., de  $|H_a(x, v)|^2$ , con magnificación unidad sobre el cristal. Como filtro wavelet se usó la función sombrero mexicano como la wavelet madre, la cual está dada por,

$$h(x, y) = \left[ 1 - x^2 + y^2 \right] \exp\left(-\frac{x^2 + y^2}{2}\right) \quad (22)$$

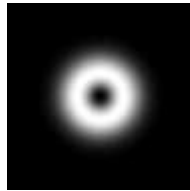
con una transformada de Fourier real y positiva,

$$H(x, v) = 4\pi^2 (x^2 + v^2) \exp[-2\pi^2 (x^2 + v^2)] \quad (23)$$

$|H_a(x, v)|^2$  se muestra en la Fig. 5. Para un factor de dilatación  $a$ , la transformada de Fourier de la wavelet dilatada estaría dada por,  $H_a(x, v) = aH(xu, av)$ .

La transparencia binaria de la letra "G", mostrada en la Fig. 2, se usó como los patrones de entrada  $t(x, y)$  y  $r(x, y)$ . Filtros no binarios  $|H_a(x, v)|^2$ , con factores de dilatación  $a = 0.4, 0.6, 0.8$  y  $1.0$  se usaron para el haz de

lectura  $A_2(x, y)$ . Se considera que  $|H_a(u, v)| \approx |H_a(u, v)|^2$ . En la Fig. 4, la lente  $L_1$  también se usa para transformar  $a_4(x, y)$  en  $A_4(x, y)$  y finalmente obtener la correlación wavelet dada por la ecuación (21).



**Figura 5.** Filtro sombrero mexicano.

Para el blanco considerado, el factor de dilatación  $a = 0.8$  produjo un mejor pico de correlación, como se muestra en la Fig. 6., contribuyendo a disminuir notablemente el ruido. La razón señal a ruido (SNR), definida como la razón entre la intensidad del pico de correlación y la intensidad media fuera del 50% del pico, es de 11.39:1 para el filtro adaptado convencional, y de 17.17:1 para el filtro adaptado wavelet con  $a = 0.8$ . Existe un compromiso entre el factor de dilatación, la intensidad del pico de correlación, y la disminución del ruido de fondo. No todos los filtros pueden mejorar la SNR, sin embargo, con un factor de dilatación apropiado, el filtro adaptado wavelet presenta una mejor ejecución que el filtrado convencional.

Filtro	Correlación	Perfil de correlación
Filtro adaptado convencional SNR=11.39:1		
Filtro adaptado wavelet $a = 0.8$ SNR=17.17:1		

**Figura 6.** Salida de correlación para un filtro adaptado convencional y uno wavelet. Cristal BSO con espesor de  $L = 10mm$ .

Cuando el haz de lectura se difracta en la red fotorrefractiva, la correlación exacta no se obtiene en el plano de salida debido a que la red se extiende sobre el volumen del cristal y no está localizada exactamente en el plano de Fourier. Los perfiles de correlación en la Fig. 6, muestra como el ruido alrededor del pico de correlación se disminuye notablemente con el filtro usado.

#### 4. CONCLUSIONES

En este trabajo se ilustraron algunas importantes aplicaciones de procesamiento wavelet mediante esquemas experimentales para mezcla de ondas en cristales fotorrefractivos, tales como el análisis multiresolución y la correlación wavelet. Un acercamiento al análisis multiresolución fue demostrado usando wavelets Coiflets y un esquema de mezcla de dos ondas tipo transmisión. Se mostró que una imagen puede ser descompuesta en una imagen promedio y varias señales de detalles a varios niveles de multiresolución, de los cuales, los detalles diagonales en los dos primeros niveles para la letra "G" fueron exhibidos. Los filtros 2-D basados en Coiflets permiten seleccionar detalles horizontales, verticales y diagonales de la imagen original. La implementación fotorrefractiva del análisis fue numéricamente simulada mostrando un buen acuerdo con los resultados experimentales. Igualmente, se mostró que el uso de filtros wavelet puede mejorar notoriamente los perfiles de correlación entre patrones y disminuir el ruido generado en la lectura de la correlación cuando se tiene un cristal de espesores considerable. En el procesamiento de



---

imágenes y reconocimiento de patrones, la transformación wavelet se usa para resaltar las características locales de las imágenes y mejorar los resultados de la correlación entre dos patrones mediante el uso de filtros wavelet. Sin embargo, el problema de ejecución en tiempo real de un correlador o de sistemas de procesamiento wavelet queda aún remanente debido a que la síntesis de los filtros debe ser previa a la ejecución de la operación en cuestión. Los cristales fotorrefractivos, usados como medios de registro dinámicos, ofrecen una alternativa para mejorar la ejecución en tiempo real en sistemas de procesamiento óptico, en particular, en sistemas para aplicaciones de procesamiento wavelet. En este sentido, los materiales fotorrefractivos silenitas, tales como el óxido de silicio y bismuto, conocido como BSO, presentan una alta fotosensibilidad y por tanto, son apropiados para aplicaciones en tiempo real.

### AGRADECIMIENTOS

A. Salazar agradece el apoyo financiero de la Universidad Pontificia Bolivariana, Medellín-Colombia, su Centro de Ciencia Básica y Centro Integrado para el Desarrollo de la Investigación, CIDI, a través de los proyectos 188A-11/07-27 y 256A-06/08-27.

### REFERENCIAS

1. Á. Salazar, R. Góez, D. Sierra, J. Garzón, F. Pérez, H. Lorduy, Optical wavelet correlator by four-wave mixing via reflection holograms in a BSO crystal, *Opt. Commun.*, 239, pp. 287-296, 2004.
2. Á. Salazar, R. Góez, D. Sierra, J. Garzón, F. Pérez, H. Lorduy, Analysis of the wavelet-matched filtering in a four-wave mixing arrangement, *Proc. SPIE*, 5622, pp. 475-480, 2004.
3. Ángel Salazar, Héctor Lorduy G., Approach to wavelet multiresolution analysis using Coiflets and a two-wave mixing arrangement, *Opt. Commun.*, 281, pp. 3091-3098, 2008.
4. Ángel Salazar and Héctor Lorduy G., Frequency wavelet filtering using a two-wave mixing arrangement in a BSO crystal, *AIP Conf. Proc.* 922, pp. 1094-1099, 2008.
5. J. S. Walker, *A primer on wavelets and their scientific applications*, CRC Press, Boca Raton, FL, 1999.
6. Percival, D. B., Walden, A. T., *Wavelet Methods for Time Series Analysis*, Cambridge University Press, NY, USA, 2007.
7. S. Mallat, *A wavelet tour of signal processing*, Academic Press, Elsevier, San Diego, California, USA, 1999.