

# Técnicas De Solución Numérica De Las “Owwes” Y Su Aplicación En La Migración Sísmica

**Flor Alba Vivas**

*Universidad de Pamplona, Departamento de Física y Geología, Pamplona, Colombia;*  
[fvivas@unipamplona.edu.co](mailto:fvivas@unipamplona.edu.co)

---

## RESUMEN

La propagación numérica del campo de onda acústico en medios heterogéneos es una herramienta fundamental en diversas áreas de la ciencia y la tecnología, interesadas en la formación de una imagen subsuperficial de un cuerpo partiendo de datos colectados en la superficie del mismo. Una aproximación del campo de onda acústico puede ser obtenida directamente a través de la solución numérica de la ecuación de onda completa, o a partir de la aproximación asintótica de altas frecuencias en cuyo caso deben ser solucionadas la ecuación eiconal y de transporte. Una alternativa, de interés en el área de exploración sísmica, consiste en separar el campo de onda acústico en campos ascendentes y descendentes modelados por las ecuaciones de ondas unidireccionales (OWWE - de sus iniciales en ingles). Las ecuaciones OWWEs se obtiene en el dominio de Fourier temporal, e incluyen un término conocido como operador raíz cuadrada que es interpretado como un operador seudo diferencial y debe ser aproximado por algún tipo de serie polinomial para su solución numérica. Las técnicas de solución de las ecuaciones de ondas unidireccionales que se basan en una solución en el dominio de Fourier espacial y temporal, han mostrado excelentes resultados en la formación de la imagen de medios estructuralmente complejos y con menor costo computacional que los métodos que solucionan directamente la ecuación de onda acústica completa. En este trabajo se presentan las técnicas numéricas para solución de las ecuaciones de ondas unidireccionales en el dominio de Fourier espacial y temporal, así como su aplicación en el área de sísmica de exploración.

**Palabras Clave:** Ondas unidireccionales, Migración sísmica, Formación de la imagen sísmica.

## ABSTRACT

Numerical solution of acoustic wave equation in heterogeneous media is a main tool in many areas of science and technology interesting in the imaging formation of the internal structure of a body using information collected in the surface, this problem is know how scattering inverse problem. The direct solution of the acoustic wave equation give us the full wave field, in other way, an asymptotic solution can be derived using the ray theory approximation, in this case the eiconal and transport equation must be solved and the solution is a high frequency wave field. The one-way wave equations (OWWE) are extensively used in the seismic exploration, because these equations split the full wave in downgoing and upgoing fields and the imaging condition in this case is easy to use. The OWWE are solved in the Fourier frequency domain and the square root operator is interpreted how a pseudo differential operator, and some polynomial series approximation is used to the numerical solution. Many techniques of numerical solution of the OWWE make a first approximation in the wave number domain and a second correction to lateral velocity variations are applied in the space domain, these techniques are knowing how mixed domain techniques. High computational performance in relation to the numerical solution of the full wave equations is obtained through the OWWE, and excellent results of the resulting migrated imaging in structural complex media. In this work are presented the mixed domain techniques to solution of the OWWE and their application in the seismic exploration area.

**Keywords:** One-way waves, Seismic migration, Seismic Imaging.

---

---

## 1. INTRODUCCIÓN

El método de exploración sísmica, utilizado extensivamente en la industria de petróleo y gas, se basa en la generación de un campo de onda elástico que se propaga a través de los diferentes estratos en la sub superficie y después de complejos procesos de reflexión, refracción, difracción y absorción, debidos a las heterogeneidades del medio, consigue retornar parcialmente a la superficie, donde es registrado en diferentes posiciones, formando lo que se conoce como un sismograma. Si nosotros estamos interesados en recuperar, a partir de los datos registrados, el modelo de la fuente sísmica, tendremos un problema inverso de la fuente. Si por el contrario, suponemos conocido el modelo de la fuente sísmica, y queremos recuperar alguna propiedad del medio, el problema es conocido como problema inverso del medio.

El área de procesamiento sísmico, conocida como migración pre-apilado, consiste en recuperar la función reflectividad en subsuperficie, a partir del dato sísmico reflejado en superficie y un macro modelo de velocidades en profundidad, por esta razón la migración no es definida exactamente como un problema inverso, pues debe apoyarse en otras áreas de la sísmica que le proporcionen dicho campo de velocidades. La migración estima la función reflectividad  $R^{si}(x, y)$ , basándose en la aproximación de primer orden de Born para el campo reflejado

$$P_r^{si}(x, y, z, t_R) = R^{si}(x, y, z) P_i^{si}(x, y, z, t_R),$$

donde  $P_r$  y  $P_i$  representan los campos de ondas sísmicas incidente y reflejado en el tiempo  $t_R$  para la fuente sísmica en la posición  $(x, y, z)$  respectivamente.

De esta forma, una estimativa de la función reflectividad puede ser obtenida, si conocemos los campos de onda incidente y reflejado. El caso más simple de migración, asume que la onda registrada es del tipo PP, esto es onda de presión incidente y onda de presión reflejada, por esto, la solución numérica de la ecuación de la onda acústica, es de fundamental interés.

Si una aproximación de altas frecuencias es utilizada, las ecuaciones eiconal y de transporte deben ser solucionadas, conociéndose dichas técnicas como migración Kirchhoff, las cuales están basadas en el trazamiento de rayos, Schleicher (2007).

Si la ecuación de onda acústica es solucionada directamente, por técnicas de diferencias finitas o métodos pseudo espectrales, las técnicas son conocidas como migración reversa en el tiempo (RTM), Biondi (2006).

Como otra alternativa que utiliza de forma natural todo el rango de frecuencias y disminuye el costo computacional en relación a la migración RTM, se encuentran los métodos que utilizan las ecuaciones de ondas unidireccionales o de sentido único OWWE (de sus iniciales en inglés, One Way Wave Equations), Claerbout (1971), las cuales son formuladas en el dominio de Fourier temporal e involucran un operador pseudo diferencial, conocido como operador raíz cuadrada.

Dichas ecuaciones permiten modelar separadamente los campos de ondas descendentes y ascendentes, los cuales en migración sísmica vienen a corresponder a los campos de onda de la fuente y los campos de onda registrados en los receptores, respectivamente. La solución numérica de dichas ecuaciones ha tenido tres desarrollos:

1. Métodos basados en aproximaciones del operador raíz cuadrada con derivadas espaciales evaluadas por técnicas de diferencias finitas, Claerbout (1985).
2. Métodos basados en aproximaciones sucesivas del operador raíz cuadrada, donde la aproximación de orden cero corresponde al operador raíz cuadrada evaluada para una velocidad de referencia constante seleccionada en cada nivel de extrapolación. Para esta velocidad de referencia, el operador raíz cuadrada puede ser evaluada en el dominio de Fourier espacial. Aproximaciones de orden superior tienen en cuenta correcciones debidas a la variación lateral de la velocidad y son aplicadas en el dominio espacial, por esto dichas técnicas son conocidas como técnicas en el dominio mixto.
3. Métodos basados en la transformada de Fourier ventaneada en las coordenadas espaciales, lo que permite la aplicación local del operador raíz cuadrada (Luo, 2005).

En este trabajo son presentadas las tres técnicas más extensivamente utilizadas en el dominio mixto: PSPI (Gazdag, 1984), Split –step (Stoffa et al., 1990), y Fourier Finite Difference (Ristow and Ruhl, 1994). Consideraciones sobre el modelo de la fuente sísmica, así como, correcciones de amplitud en las ecuaciones de ondas de sentido único, como

propuesto por Zhang (1993) y Bleistein (2004), son también analizadas. Resultados de la aplicación de dichas técnicas en datos sísmicos sintéticos son presentados, tanto para datos con un único tiro como para datos con múltiples tiros.

## 2. MIGRACION SISMICA A TRAVES DE LAS ECUACIONES DE ONDAS DE SENTIDO UNICO

La migración sísmica por continuación de los campos de onda es realizada en dos etapas. En la primera etapa deben ser solucionadas numéricamente las ecuaciones que gobiernan la propagación de los campos de ondas:

$$\begin{aligned}
 \left( \frac{\partial}{\partial z} + i\Lambda \right) D &= 0, & \Lambda &= \frac{\omega}{v(x, y, z)} \sqrt{1 + \frac{v^2}{\omega^2} \Delta} \\
 D(x, y, z = 0; \omega) &= \delta(x - x_s), & \Delta &= \left( \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) \\
 \left( \frac{\partial}{\partial z} - i\Lambda \right) U &= 0, & & \\
 U(x, y, z = 0; \omega) &= Q(x, y; \omega), & & 
 \end{aligned} \tag{1}$$

donde aproximaciones del operador  $\Lambda$  deben ser desarrolladas.

La segunda etapa consiste en la aplicación de la condición de imagen,

$$R(x, y, z, \alpha) = \frac{\psi_{refl}(x, y, z, t_{inc})}{\psi_{inc}(x, y, z, t_{inc})},$$

que en el dominio de Fourier temporal, se convierte en

$$R(x, y, z, \alpha) = \sum_{\omega} \frac{U(x, y, z; \omega)}{D(x, y, z; \omega)} = \sum_{\omega} \frac{U(x, y, z; \omega) D^*(x, y, z; \omega)}{D(x, y, z; \omega) D^*(x, y, z; \omega)}, \tag{2}$$

y debe ser aplicada en cada nivel  $z$  de extrapolación de los campos de onda, hasta alcanzar la profundidad deseada de extrapolación, ver Figura 1.

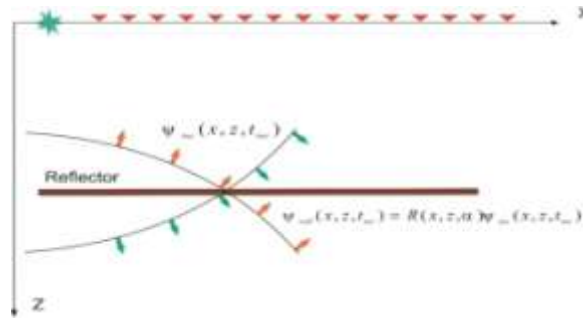


Figura 1. Representación de los campos incidente (modelado desde la fuente sísmica), y ascendente (registrado en los receptores).

En un modelo que varía solamente con la profundidad  $v(z)$ , las ecuaciones en (1) pueden ser reescritas en el dominio número de onda, en la forma:

$$\begin{aligned}
 \left( \frac{\partial}{\partial z} + ik_z \right) \tilde{D} &= 0, & k_z &= \frac{\omega}{v} \sqrt{1 - \frac{v^2}{\omega^2} (k_x^2 + k_y^2)}, \\
 \tilde{D}(k_x, k_y, z = 0; \omega) &= e^{i(k_x x_s + k_y y_s)}, & & \\
 \left( \frac{\partial}{\partial z} - ik_z \right) \tilde{U} &= 0, & & \\
 \tilde{U}(k_x, k_y, z = 0; \omega) &= Q(k_x, k_y; \omega). & & 
 \end{aligned} \tag{3}$$

cuya solución puede ser calculada como un desplazamiento de fase aplicado como factor multiplicativo en el dominio de Fourier espacial, como propuesto por Gazdag (1978), en la forma

$$\begin{aligned}\tilde{D}^{z+\Delta z} &= e^{-ik_z \Delta z} \tilde{D}^z, \\ \tilde{D}^{z=0} &= e^{i(k_x x_s + k_y y_s)} \\ \tilde{U}^{z+\Delta z} &= e^{ik_z \Delta z} \tilde{U}^z, \\ \tilde{U}^{z=0} &= Q(k_x, k_y; \omega).\end{aligned}$$

Dicha técnica se conoce como técnica de extrapolación por corrimiento de fase o *phase shift*, y cuando las velocidades varían solamente con la profundidad migra correctamente reflectores con pendientes de hasta 90 grados. Por otro lado, los métodos de migración usando diferencias finitas directamente en las ecuaciones OWWEs en el dominio  $(x, y, z; \omega)$ , donde el operador raíz cuadrada es aproximado por una serie de Taylor o por fracciones continuadas, como propuesto por Muir (Claerbout, 1985), permiten variaciones arbitrarias de la velocidad tanto vertical como lateralmente. Sin embargo, dependiendo del grado de aproximación del operador raíz cuadrada, los reflectores con grandes pendientes serán atenuados (Claerbout, 1985; Ristow and Ruhl, 1994).

### 3. MIGRACION SISMICA EN EL DOMINIO MIXTO

Existe un conjunto de métodos basados en la técnica *phase shift* que permiten tener en cuenta, de forma aproximada, las variaciones laterales de velocidad en un medio  $v(x, y, z)$ . Describiremos a continuación los tres esquemas más utilizados en la migración pre-apilado en el dominio de disparo común, Figura 2.



Figura 2. Esquemas numéricos en el dominio mixto, basados en la extrapolación *phase shift*.

#### 3.1 Método PSPI

Gazdag e Squazzero (1984) propusieron el primer método de extrapolación en el dominio mixto. Basándose en la idea de que las variaciones laterales pueden ser tenidas en cuenta interpolando los campos  $P1$  e  $P2$ , en el dominio  $(x, y, z; \omega)$ , donde  $P1$  e  $P2$  son campos extrapolados utilizando el operador *phase shift* en el dominio  $(k_x, k_y, z; \omega)$ , para dos velocidades de referencia,  $v_{ref1}$  y  $v_{ref2}$ . Este método es conocido como PSPI (*phase shift plus interpolation*).

Para el caso de dos velocidades de referencia ( $v_{ref1}$ ;  $v_{ref2}$ ) en cada nivel  $z$ , con  $v_{ref2} > v_{ref1}$ , interpolando directamente en los campos para hacer el proceso lineal (Etgen, 1994), se tiene

$$P(x, y, z + \Delta z; \omega) = \alpha P_1(x, y, z + \Delta z; \omega) + (1 - \alpha) P_2(x, y, z + \Delta z; \omega),$$

donde

$$\alpha = \frac{v_{ref2} - v(x, y, z)}{v_{ref2} - v_{ref1}}.$$

En este método el número de velocidades de referencia necesarias aumenta cuanto mayor es la diferencia entre la velocidad máxima y la mínima en cada nivel  $z$ . Es recomendado utilizar la entropía como medida de la dispersión de las velocidades (Bagaini et al., 1995) para determinar el número y las velocidades de referencia optimas en cada nivel de extrapolación. El costo computacional de este método está asociado con el número de transformadas de Fourier inversas que es necesario realizar para los campos extrapolados con las diferentes velocidades de referencia.

### 3.2 Método SS

El método *split step* (SS) (Stoffa et al., 1990), utiliza otro enfoque para introducir la corrección por variaciones laterales de la velocidad. El operador de corrección SS corresponde a una aproximación de primer orden de una expansión en serie de Taylor del operador raíz cuadrada, en términos de una perturbación de la función lentitud (inverso de la velocidad). El operador raíz cuadrada en la aproximación SS se expresa como

$$k_z \approx \left( \sqrt{\frac{\omega^2}{v_{ref}^2} - k_x^2 - k_y^2} \right) + \left( \frac{\omega}{v(x, y, z)} - \frac{\omega}{v_{ref}} \right),$$

Donde el primer termino es evaluado en el dominio de Fourier espacial, y el segundo termino en el dominio espacial. El valor de  $v_{ref}$  corresponde al valor medio de la velocidad en cada nivel de profundidad.

Una extensión del método *split-step* (SS), para tratar fuertes variaciones laterales de La velocidad, fue propuesta por Kessinger (1992), donde básicamente se aplica la migración SS utilizando varias velocidades de referencia y, en seguida, los campos saon interpolados de acuerdo con la velocidad local. El método es conocido como *split-step* extendido o *split-step* PSPI.

### 3.3 Método FFD

Aproximaciones de más alto orden en la serie de Taylor del operador raíz cuadrada pueden ser consideradas. El método más eficiente en este caso, se conoce como migración *Fourier Finite Difference* (FFD) (Ristow y Ruhl, 1994). Este método se basa en una aproximación por series de Taylor de la función error, que se obtiene de la diferencia entre el valor exacto del operador raíz cuadrada, avaluado con la velocidad verdadera  $v(x, y, z)$ , con el valor obtenido utilizando una velocidad de referencia constante

$$d = k_z - k_z^{ref} = \sqrt{\frac{\omega^2}{v(x, y, z)^2} - k_x^2 - k_y^2} - \sqrt{\frac{\omega^2}{v_{ref}^2} - k_x^2 - k_y^2},$$

Donde en las aproximaciones es utilizada la condición  $v_{ref} \leq v(x, y, z)$ , en el intervalo  $(z, z + \Delta z)$ , de tal forma que la variable  $p = \frac{v_{ref}}{v}$  sea menor que la unidad.

El error  $d$  puede ser escrito en la forma

$$d = \frac{\omega}{v_{ref}}(p - 1) + \frac{\omega}{v_{ref}} p(p - 1) \left\{ 1 - \frac{\delta_1}{2} u^2 - \frac{\delta_2}{8} u^4 - \frac{\delta_3}{16} u^6 - \dots \right\} - \frac{\omega}{v_{ref}} p(p - 1), \quad (4)$$

donde  $u^2 = \left( \frac{vk_x}{\omega} \right)^2$ , y  $\delta_n = \sum_{i=0}^{2n-2} p^i$ , tal que la sucesión  $\delta_n$  converge solamente para  $p < 1$ .

La aproximación de orden cero de la ecuación (4) corresponde a la aproximación SS, en cuanto la aproximación de orden uno puede ser escrita en la forma

$$k_z \approx \left( \sqrt{\frac{\omega^2}{v_{ref}^2} - k_x^2 - k_y^2} \right) + \frac{\omega}{v_{ref}}(p - 1) + \frac{\omega}{v}(1 - p) \left( \frac{\frac{v^2 \partial^2}{\omega^2 \partial x^2}}{a_1 + b_1 \frac{v^2 \partial^2}{\omega^2 \partial x^2}} \right), \quad (5)$$

con  $a_1 = 2$ ,  $b_1 = \frac{\delta_2}{2}$ .

El tercer término en (5) corresponde a la corrección FFD. Vale resaltar que aun cuando la sucesión sea convergente para  $p < 1$ , problemas de inestabilidad numérica pueden aparecer en medios con fuertes contrastes laterales de velocidad, exigiendo modificaciones que garanticen su estabilidad (Biondi, 2002).

#### 4. ECUACIONES DE ONDAS DE SENTIDO UNICO CON AMPLITUD VERDADERA

Se puede mostrar, mediante análisis asintótico, que las ecuaciones de ondas unidireccionais no producen la misma ecuación de transporte que la obtenida a partir da equação de onda completa.

Nuevas ecuaciones, llamadas de amplitud verdadera o TA- OWWE, que incluyen un modelo más correcto de la fuente y un nuevo operador en las ecuaciones convencionales, permiten obtener amplitudes correctas al orden cero de la teoría del rayo (Zhang, 1993)

$$\begin{aligned} \left( \frac{\partial}{\partial z} + i\Lambda - \Gamma \right) P_D(x, y, z, \omega) &= 0, \\ P_D(x, z = 0, \omega) &= \frac{1}{2i\Lambda} \delta(x - x_s), \\ \left( \frac{\partial}{\partial z} - i\Lambda - \Gamma \right) P_U(x, y, z, \omega) &= 0, \\ P_U(x, z = 0, \omega) &= Q(x, \omega). \end{aligned} \quad (6)$$

Con los operadores definidos por

$$\Lambda = \frac{\omega}{v(x, y, z)} \sqrt{1 + \frac{v^2}{\omega^2} \Delta_T},$$

y

$$\Gamma = \frac{v_z}{2v} \left[ 1 - (\omega^2 + \Delta_T)^{-1} \Delta_T \right]$$

Un esquema de migración basado en las ecuaciones (6), fue propuesto por Zhang and Bleistein (2005), donde ellos introducen un cambio de variable en la forma:

$$\begin{aligned} q_D &= \Lambda^{1/2} p_D, \\ q_U &= \Lambda^{1/2} p_U, \end{aligned}$$

permitiendo eliminar el operador  $\Gamma$  de las ecuaciones, y presentan una estrategia de solución en el dominio  $(x, y, z; \omega)$ .

Vivas (2008), extiende los métodos numéricos de solución en el dominio mixto para este nuevo conjunto de ecuaciones, probando que para un medio que varia solamente con la profundidad la corrección de amplitud del esquema *phase-shift* puede ser aplicado en el dominio de Fourier espacial. Este método conocido como *phase shift con amplitud verdadera*, aplica simultáneamente una corrección de fase y una corrección de amplitud, basada en las ecuaciones

$$\begin{aligned} \tilde{D}^{z+\Delta z} &= \left( \frac{\lambda_z}{\lambda_{z+\Delta z}} \right)^{1/2} e^{-ik_z \Delta z} \tilde{D}^z, \\ \tilde{D}^{z=0} &= \frac{1}{2i\lambda_z^{1/2}} e^{i(k_x x_s + k_y y_s)} \\ \tilde{U}^{z+\Delta z} &= \left( \frac{\lambda_z}{\lambda_{z+\Delta z}} \right)^{1/2} e^{ik_z \Delta z} \tilde{U}^z, \\ \tilde{U}^{z=0} &= \lambda_z^{1/2} Q(k_x, k_y; \omega). \end{aligned}$$

El método de migración *phase shift con amplitud verdadera* será entonces la base para la implementación de los esquemas en el dominio mixto con corrección de amplitud.

## 5. RESULTADOS NUMERICOS

Como primer resultado, presentamos aquí las imágenes migradas en profundidad a partir de un dato con un único tiro. Las imágenes nos permiten comparar las amplitudes recuperadas en los reflectores con las técnicas de migración en el dominio mixto convencionales y las técnicas con amplitud verdadera propuestas.

El primer modelo corresponde a un modelo cuya velocidad varía solamente con la profundidad. En este caso la migración *phase shift con amplitud verdadera* es un eficiente y aproximado método de migración, dado que el operador de continuación y las correcciones de amplitud son simplemente multiplicaciones en el dominio de Fourier.

El dato sintético corresponde a un único disparo, en La posición media de un modelo de velocidades  $v(z)=2000+0.3z$  m/s, con cuatro reflectores modelados un contraste de densidad unitario en las profundidades  $z=1000, 2000, 3000$  y  $4000$  m y receptores distribuidos desde  $-6.0$  km a  $6$  km.

Las Figuras 3, 4, 5 y 6, permiten observar mejorías en las amplitudes recuperadas sobre los reflectores, tanto por el ángulo como por la profundidad, a través de la técnica *phase shift con amplitud verdadera*.

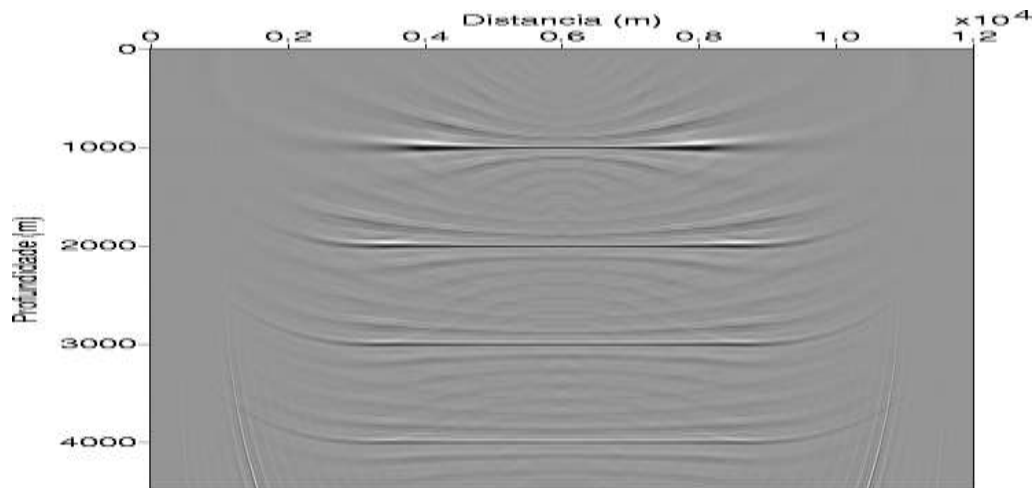


Figura 3. Resultado de la migración utilizando el operador *phase shift* convencional.

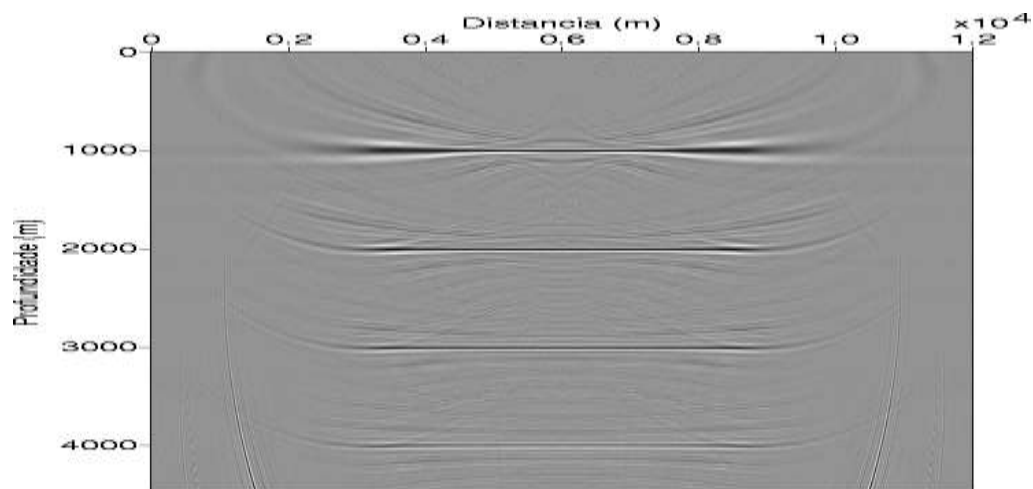


Figura 4. Resultado de la migración utilizando el operador *phase shift* con amplitud verdadera.

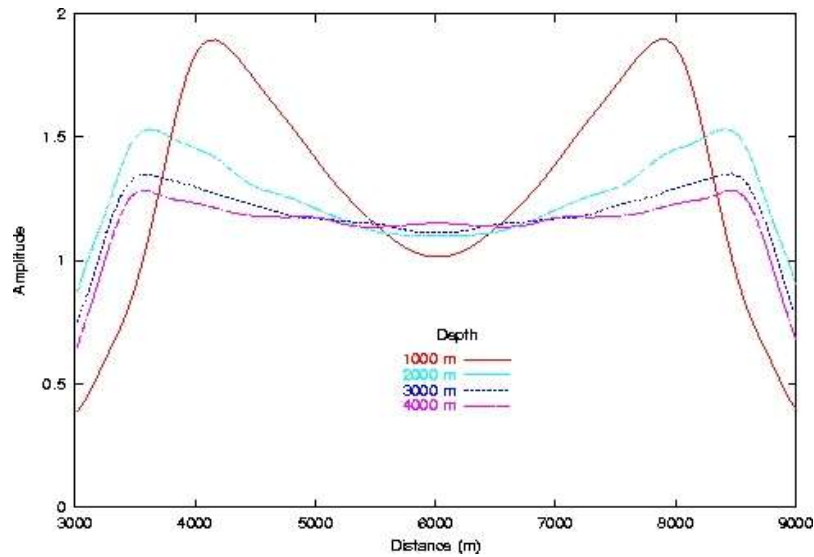


Figura 5. Amplitudes recuperadas sobre los reflectores de la imagen migrada, Figura 3.

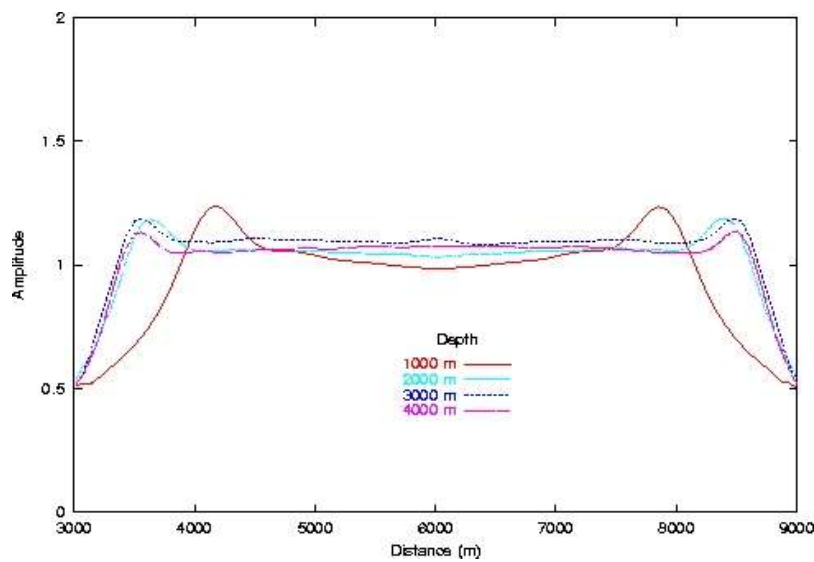


Figura 6. Amplitudes recuperadas sobre los reflectores de la imagen migrada, Figura 4.

Como segundo experimento numérico, son presentados los resultados obtenidos para la migración del dato sintético Marmousi, el cual es un modelo estándar para comparar los diferentes algoritmos de migración pre-apilado. La Figura 7, corresponde al campo de velocidades proporcionado para migración. La Figura 8, representa una función seudo reflectividad estimada a partir del campo de velocidades. La seudo reflectividad nos permite tener una idea de las amplitudes que deben ser recuperadas en los reflectores de la imagen migrada.

Las Figuras 9 y 10, corresponden a las imágenes migradas utilizando la técnica PSPI convencional y la técnica PSPI con amplitud verdadera propuesta por Vivas (2008). Puede concluirse por comparación con la Figura 8, que la imagen obtenida con la técnica PSPI propuesta, mejora las amplitudes y la resolución de los reflectores, así como preserva mejor las altas frecuencias.



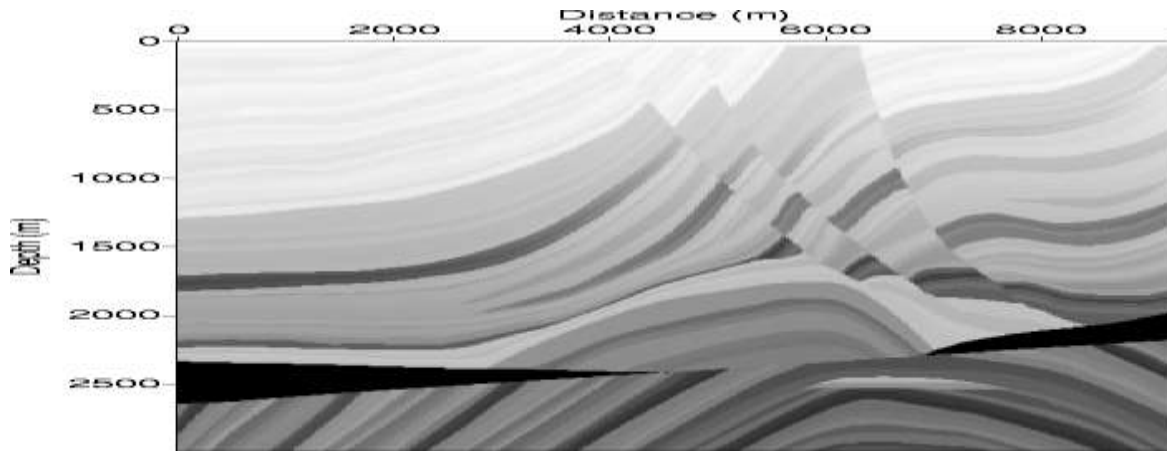


Figura 7. Modelo de velocidades para el dato Marmousi.

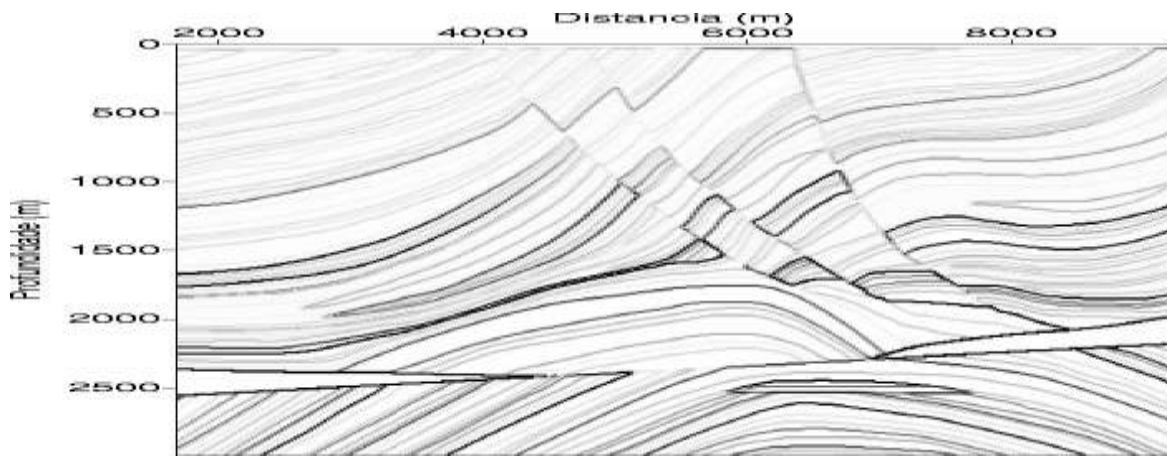


Figura 8. Seudo reflectividad calculada a partir del modelo de velocidades.

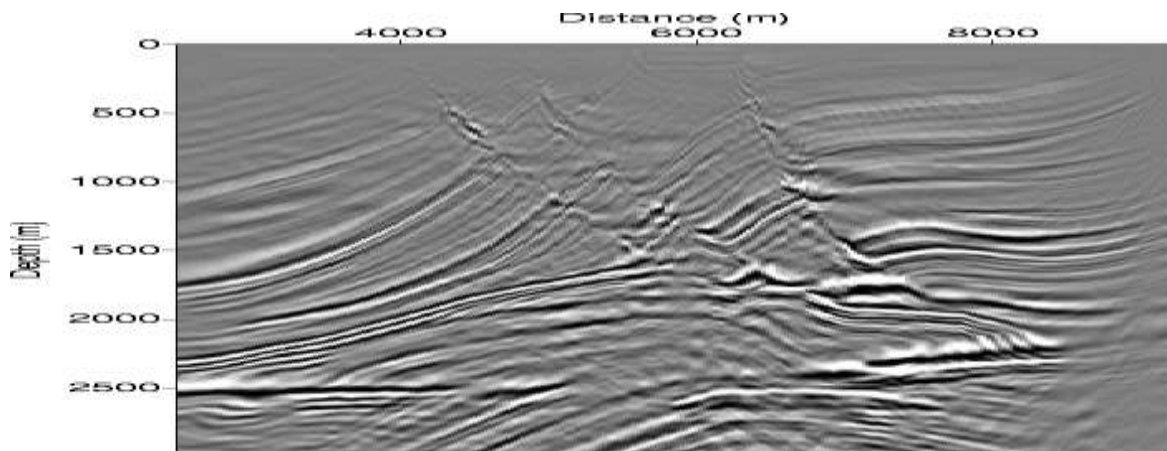


Figura 9. Resultado de la migración con el algoritmo PSPI convencional.

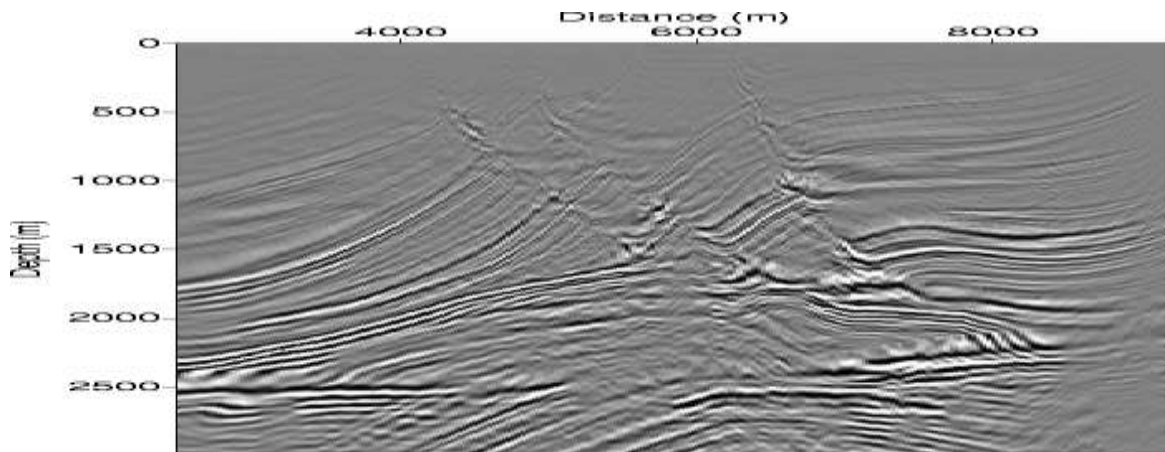


Figura 10. Resultado de la migración con el algoritmo PSPI con corrección de amplitud.

## 6. CONCLUSIONES

Las técnicas convencionales de migración en el dominio mixto: PSPI, SS e FFD, fueron adaptadas para llevar en consideración los nuevos términos de las ecuaciones de ondas unidireccionales con amplitud verdadera TA-OWWE. Experimentos numéricos permiten concluir mejoría en la definición y en la continuidad de los reflectores (imagen estructural), así como en las amplitudes recuperadas sobre los reflectores.

Para trabajos futuros se recomienda probar los algoritmos con corrección de amplitud, en campos con fuertes contrastes de velocidad, y también en datos reales con el objetivo de evaluar la estabilidad de los nuevos términos asociados a las derivadas del campo de velocidad.

Se recomienda también generar imágenes de punto común (ODCIGs e ADCIGs) a través de las TA-OWWE para evaluar la mejoría de las amplitudes recuperadas a través de análisis de AVO e AVA.

## AGRADECIMIENTOS

Agradezco al laboratorio LAGEP de la Universidad Federal de Bahía (Brasil), por la oportunidad de desarrollar durante cuatro años este tema de investigación, así como a la Universidad de Pamplona por la financiación recibida durante este periodo.

## REFERENCIAS

1. Bagaini, C.; Burkhard, N.; Rocca, F. and Wyatt, K. (1995) *Data parallel implementation of 3-D PSPI*, pp. 188-191, 65th Ann. Internat. Mtg., Soc. of Expl. Geophys., Expanded Abstracts.
2. Biondi, B. (2006) *3D Seismic Imaging*, vol. 14 of *Investigations in Geophysics*, Society of Exploration Geophysicists, Tulsa, Oklahoma, USA.
3. Biondi, B. (2002) *Stable wide-angle Fourier finite-difference downward extrapolation of 3-D wavefields*, *Geophysics*, 67:872-882.
4. Claerbout, J. (1971) *Toward a unified theory of reflector mapping*, *Geophysics*, 36:467-481.
5. Claerbout, J. (1985) *Imaging the earth's interior*, Blackwell Scientific Publications, Inc.
6. Etgen, J. (1994) *Stability of explicit depth extrapolation through laterally-varying media*, pp. 1266-1269, 64th Ann. Internat. Mtg., Soc. of Expl. Geophys., Expanded Abstracts.
7. Gazdag, J. (1978) *Wave equation migration with the phase-shift method*, *Geophysics*, 43:1342-1351.
8. Gazdag, J. and Sguazzero, P. (1984) *Migration of seismic data by phase shift plus interpolation*, *Geophysics*, 49:124-131.

- 
9. Kessinger, W. (1992) Extended *split-step Fourier migration*: Ann. Internat. Mtg., Soc. of Expl. Geophys., Expanded Abstracts, 917-920.
  10. Luo, M., Wu, R., and Xie, X. (2005) *True amplitude one-way propagators implemented with localized corrections on beamlets*: Ann. Internat. Mtg., Soc. of Expl. Geophys., Expanded Abstracts, 1966-1969.
  11. Ristow, D. and Ruhl, T. (1994) *Fourier finite-difference migration*, Geophysics, 59:1882-1893.
  12. Schleicher, J.; Tygel, M. and Hubral, P. (2007) Seismic True-Amplitude Imaging, vol. 12 of *SEG Geophysical Developments*, Society of Exploration Geophysicists, Tulsa, Oklahoma, USA.
  13. Stoffa, P.; Fokkema, J.; de Luna Freire, R. and Kessinger, W. (1990) *Split-step Fourier migration*, Geophysics, 55:410-421.
  14. Vivas, F. (2008) *Migración pre-apilado a través de las ecuaciones de ondas unidireccionales con amplitud verdadera* (en portuges), Tesis Doctorado, UFBA, Salvador (BA), Brasil.
  15. Zhang, G. (1993) *System of coupled equations for up-going and down-going waves*, Acta Math. Appl. Sinica, 16:251-263.
  16. Zhang, Y.; Zhang, G. and Bleistein, N. (2005) *Theory of true-amplitude one-way wave equations and true-amplitude common-shot migration*, Geophysics, 70:E1-E10.