

---

# Medida de la Orientación, Posición y Desplazamiento en el Plano de un Objeto por Codificación de Fase

Néstor A. Arias H.<sup>a</sup>, Jaime E. Meneses<sup>a</sup>, Miguel A. Suárez<sup>b</sup> y Tijani Gharbi<sup>b</sup>

<sup>a</sup> Grupo de Óptica y Tratamiento de Señales, Escuela de Física, Universidad Industrial de Santander, A. A. 678 Bucaramanga, COLOMBIA;

<sup>b</sup> Département D'Optique, FEMTO-ST, 16 Route de Gray, 25030 Besançon, FRANCE

---

## RESUMEN

En este trabajo se implementa un método que permite medir con alta precisión, la posición, el desplazamiento y la orientación en el plano de un objeto móvil. Se fija una mira de referencia al objeto de estudio y se localiza en la escena por medio de un sistema de visión estático con resolución subpixel, en el plano perpendicular al eje óptico (in-plane) de la cámara. La utilización de la transformada de Fourier bidimensional, asociada a la aproximación del plano de fase, permite la alta resolución del sistema.

**Palabras Clave:** detección de fase, procesamiento digital de imágenes, transformada de Fourier.

## ABSTRACT

In this work we show a method that allows one to measure, with high precision, on a flat position, displacement and orientation of a mobile object. A reference pattern is fixed on the object's surface and is located on the scene by means of a static imaging system with subpixel resolution, on the perpendicular plane to the optical axis. The use of 2D Fourier transformer, associated to the approach of a flat phase allows the high resolution of the system.

**Keywords:** Phase detection, Image processing, Fourier transformer.

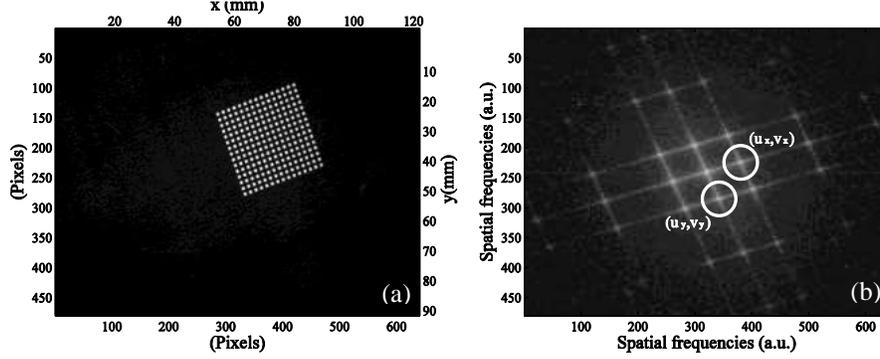
---

## 1. INTRODUCCIÓN

El problema de medida de la posición y del desplazamiento ha sido ampliamente estudiado y aplicado en varios campos de la ciencia e ingeniería y se han propuesto varios sensores de posición o métodos de medida [1,2,3,4]. En este trabajo, se desarrolla un método sensible a la fase para la medida de la posición y desplazamiento del movimiento de un objeto en una escena 2D. Este método se basa en la determinación de la posición del patrón de referencia usando información de la distribución de fase asociada a esta. El patrón de referencia esta constituido de una distribución regular de cuadros blancos en un fondo negro, cuya espectral genera una distribución de fase 2D continua y absoluta. La reconstrucción de la fase absoluta asociada a cada conjunto de franjas en cada dirección perpendicular permite la localización precisa del centro de la mira, que conlleva a la determinación subpixel de la posición del objeto. Los desplazamientos son calculados a partir de dos posiciones consecutivas. Este método permite asimismo autocalibrarse, dado que la longitud de referencia es provista por patrón de referencia de fase. Las limitaciones que presenta este método son principalmente debido a la introducción de la distorsión de la imagen producida por el sistema óptico y que puede solucionarse fácilmente con una calibración del sistema óptico e implementación de procedimientos de compensación. En la sección 2 se presenta los fundamentos del método, así como el patrón usado (mira), también un resumen del procesado digital de imágenes necesario para el cálculo de la posición y orientación de la mira. En la sección 3 se presentan los resultados experimentales para dos métodos (con y sin defecto en la mira). En esta se muestra la resolución en desplazamiento y orientación, del mismo modo se presenta el comportamiento del sistema a el seguimiento del objeto en una trayectoria determinada tanto en desplazamiento como en rotación.

## 2. FUNDAMENTOS DEL METODO.

En la figura 1(a) se muestra una imagen del patrón de referencia utilizado por una matriz de 15x15 cuadros blancos, ubicado sobre la superficie del objeto y observada por una cámara CCD, cuyo eje óptico es perpendicular al plano del patrón de referencia.



**Figura 1.** Imagen obtenida por la CCD, de la mira empleada (a), y su respectivo modulo sobre el espacio de frecuencias espaciales (b).

La figura 1(b), muestra la distribución de frecuencias espaciales, que se obtiene con ayuda de la Transformada de Fourier bidimensional (TF-2D), de la imagen capturada por la CCD (Figura 1(a)). Se puede escribir la relación entre dos imágenes por medio de la ecuación.

$$F(u, v) = \int_{x, y} f(x, y) e^{2i\pi(xu + yv)} dx dy, \quad (1)$$

donde la función espacial  $f(x, y)$  es la distribución de intensidad de la imagen y  $(u, v)$  definen las variables frecuenciales. Debido a que el patrón de referencia posee de dos sistemas de franjas perpendiculares entre si (frecuencias no cruzada), se calcula la distribución de fase 2D de cada sistema de franjas, utilizando el algoritmo de extracción de fase por TF-2D, en la cual se utiliza dos ventanas de Hamming  $w_i$  centradas en los primeros armónicos ortogonales  $(u_i, v_i)$ , de la cual se obtiene dos distribuciones de filtradas del espectro de la imagen  $F_i(u, v)$ ;

$$F_i(u, v) = F(u, v) \cdot w(u - u_i, v - v_i) \quad i = 1, 2 \quad (2)$$

Al aplicarse la transformada de Fourier inversa bidimensional, por cada distribución de frecuencias filtradas, se obtiene:

$$f_i(x, y) = \int_{u, v} F_i(u, v) e^{-2i\pi(xu + yv)} du dv \quad (3)$$

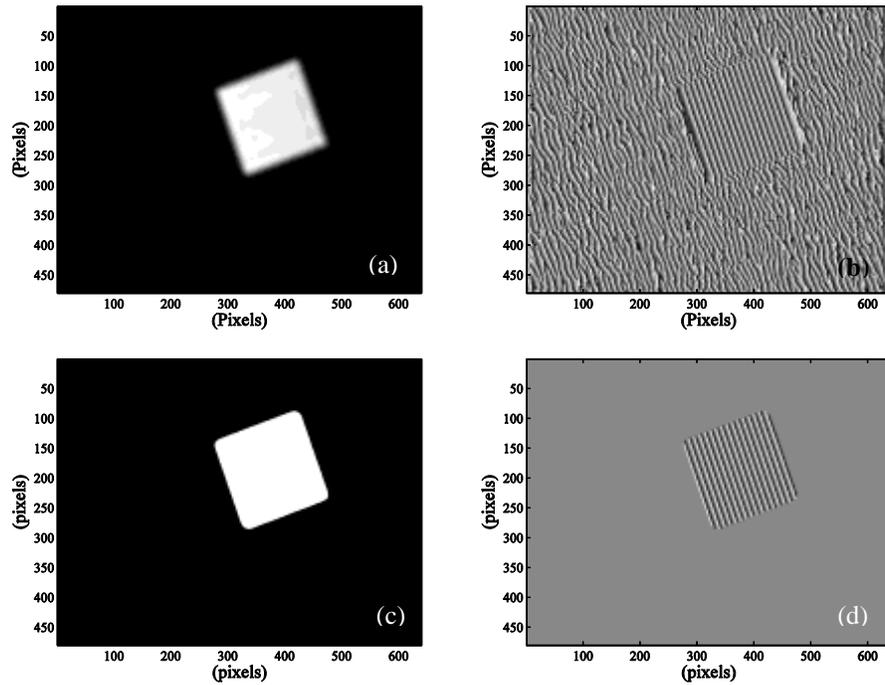
A partir de la distribución compleja  $f_i(x, y)$ , se calcula el modulo  $M_i(x, y)$  y la fase  $p_i(x, y)$  de cada función.

$$M_i(x, y) = f_i(x, y) \cdot f_i^*(x, y) \quad i = 1, 2$$

$$p_i(x, y) = \tan^{-1} \left[ \frac{\text{Im}(f_i(x, y))}{\text{Re}(f_i(x, y))} \right] \quad (4)$$

La figura 2(a y b) muestra el modulo y la fase discontinua obtenidas con la ec. 2 respectivamente. La selección de la

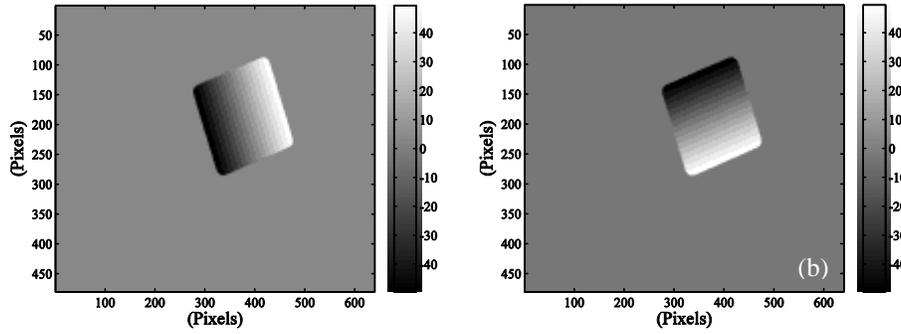
región útil, que posee información de los sistemas de franjas se realiza utilizando una máscara binaria obtenida de  $M_i(x, y)$ . El umbral de binarización se obtiene de tal manera que el número de discontinuidades es igual al número de franja y cuadros en cada sistema de franjas. Debido al alto contraste obtenido experimentalmente, un umbral de 0.1 para  $M_i(x, y)$  normalizado selecciona correctamente la región útil. La figura 2(d) muestra la fase discontinua seleccionada usando la máscara de la figura 2 (c).



**Figura 2.** (a y b) El Modulo  $M_1(x, y)$  y la fase  $p_1(x, y)$  obtenida a partir de lóbulo  $(u_1, v_1)$ . (c) La máscara obtenida a partir del modulo  $M_1(x, y)$  y (d) la fase de trabajo.

La figura 3(a y b) muestra la fase continua después de realizar un procedimiento de corrección de fase discontinua. Utilizando como punto de partida el centroide de la máscara binaria. Utilizando un procedimiento de regresión lineal a partir de la fase continua calculada, se buscan los coeficientes  $a_i, b_i, y c_i$ , del plano de interpolación, definido por:

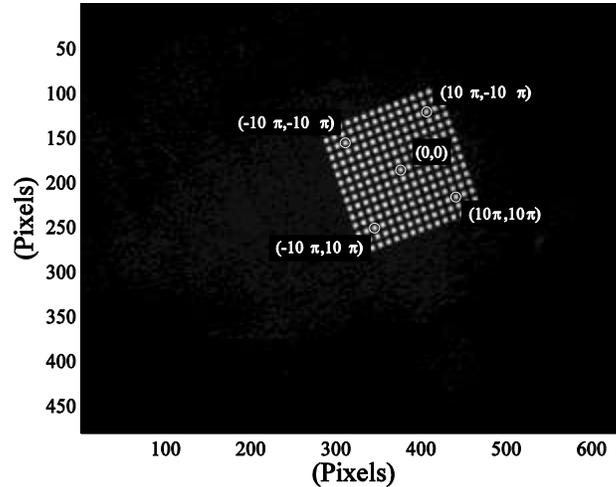
$$P_i(x, y) = a_i x + b_i y + c_i \quad i = 1, 2 \quad (5)$$



**Figura 3.** (a y b) Fase continua para cada lóbulo filtrado  $(u_1, v_1)$  y  $(u_1, v_1)$ .

Esta última aproximación permite calcular el valor de la fase en todos los puntos del espacio para cada plano. Conociendo que el centro de cada cuadro específico del patrón de referencia corresponde a valores de fase  $(P_1, P_2)$  de cada distribución de fase, la ec. 5 puede ser utilizada para calcular la coordenada  $(x, y)$  del centro del cuadro deseado. Así, conociendo  $P_1$  y  $P_2$  las coordenadas de posición se obtienen al resolver el sistema de ecuaciones.

$$\begin{pmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} P_1 - c_1 \\ P_2 - c_2 \end{pmatrix} \quad (6)$$



**Figura 4.** Imagen de la mira y los puntos localizados sobre el, En los cuales se designan los valores de  $(P_1, P_2)$  sobre la ecuación 5.

A partir de la ecuación anterior se calculan las coordenadas de cinco centros de cuadros sobre la mira, el cuadro del centro y los cuadros de las cuatro esquinas. El cuadro del centro permite determinar con una precisión subpíxel la posición de la mira, y los otros permiten calcular su orientación. La figura 4 representa la mira y los puntos localizados sobre ella.

Este método nos permite también realizar una calibración del tamaño del píxel en la dirección x e y, usando el plano de

fase de ajuste y los parámetros espaciales conocidos de la mira, a partir de:

$$\Delta x = \frac{a_i}{2\pi\nu_o \cos(\theta_i)} \quad i = 1,2$$

$$\Delta y = \frac{b_i}{2\pi\nu_o \sin(\theta_i)}$$
(8)

Donde  $\nu_o$  es la frecuencia de la mira y  $\theta_i$  es el ángulo de inclinación de la mira para la dirección  $i$ .

### 3. RESULTADOS

#### 3.1. Descripción del Montaje.

La mira constituida por una matriz de 15x15 cuadrados es realizada con la ayuda de una impresora láser. Cada cuadrados tiene 1.023 mm de lado y una separación de 1.932 mm. Ocupando así, una región cuadrada de 28.08x28.08 mm<sup>2</sup>. La figura 5 muestra el montaje experimental usado para registrar los desplazamientos de la mira, la cámara CCD ubicada con su eje óptico perpendicular al plano de la mira. La cámara CCD de 480x640 píxeles y una lente de focal 12 mm. Con el fin de evaluar el sistema, la mira es fijada sobre la parte superior de dos motores de traslación de 25 mm de desplazamiento y 40 nm<sup>a</sup> de resolución y un motor de rotación con una resolución de 2.16 arcsec<sup>a</sup>.

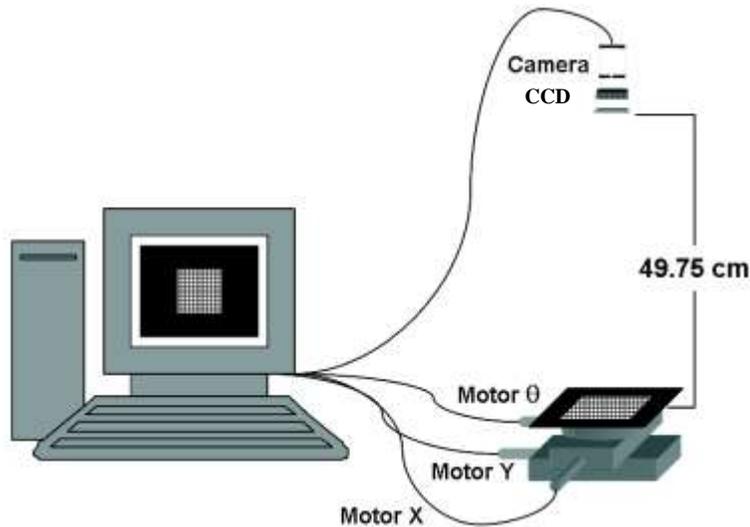
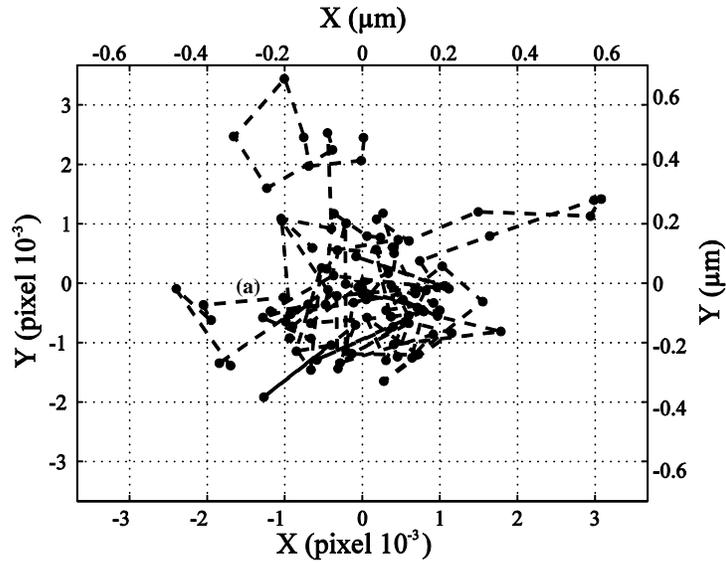


Figura 5. Esquema del montaje realizado.

#### 3.1.2 Posicionamiento.

Una primera medida, es calcular el error cometido por el sistema al determinar la posición de la mira. La Figura 6 muestra los valores calculados para 100 medidas realizadas, sin desplazamiento de la mira..



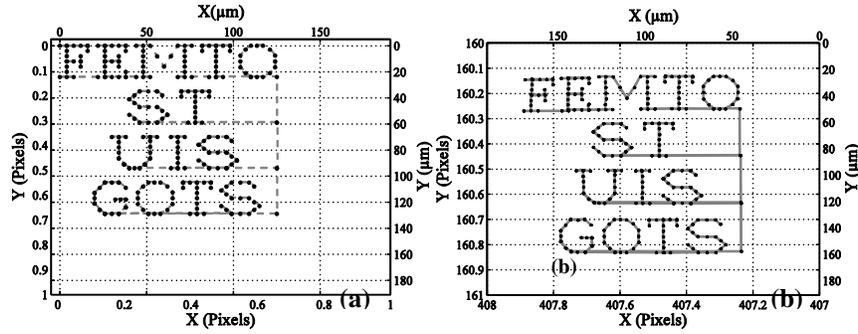
**Figura 6.** Nube de puntos de coordenadas del centro de la mira calculada para 100 medidas.

La tabla 1, reporta la medida pico valle y la desviación estándar  $\sigma$  para la nube de puntos calculados.

**Tabla 1.** Resultados estadísticos obtenidos desde 100 medidas sin desplazamiento de la mira.

Coordenadas	Pico Valle (Pixel)	$\sigma$ (Pixel)
$X$	0.0055	$9.9704 \times 10^{-4}$
$Y$	0.0054	0.0011
$\theta$	$0.3479 \times 10^{-3}$	$0.6267 \times 10^{-4}$

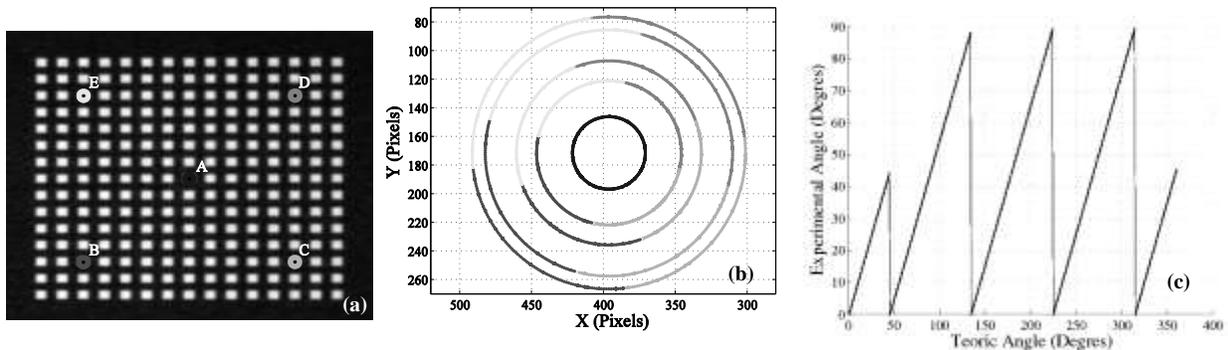
Se concluye, que el sistema presenta un error máximo de posicionado de  $5.5 \times 10^{-3}$  píxeles usando un factor de ampliación de 190 micras/píxel en  $x$  e  $y$ . Con el fin de evaluar la efectividad del sistema en la determinación del posicionamiento de la mira, se emplea los motores x-y al desplazarlos definiendo un patrón de letras mostradas en la figura 7(a). Se observa que el grupo de letras ocupa en total una dimensión inferior de un píxel en  $x$  e  $y$ . La figura 7 (b) muestra una trayectoria calculada por el método. Con esto se demuestra la alta resolución y precisión en el cálculo del desplazamiento y posición de la mira.



**Figura 7.** (a) Trayectoria comandada sobre los motores (teórico), (b) trayectoria calculada por el sistema (experimental), los puntos equivalentes a la posición donde se hace una medida y la línea representa la trayectoria seguida.

### 3.1.3 Rotación

Con el fin de ver las limitaciones en la determinación de la orientación y su resolución, se realizó un giro completo a paso de  $1^\circ$ , y se recuperó la posición para los 5 puntos de referencia sobre la mira (ver Figura 8(a)). La Figura 8 (b) muestra la posición calculada para cada punto de referencia y la Figura 8 (c) presenta el ángulo medido versus el ángulo de rotación ordenado al motor (teórico). Este ángulo es medido utilizando la inclinación de la línea  $\overline{BC}$  entre los dos cuadros sobre la mira. Se observa que existe una limitación en la rotación de  $90^\circ$  que impide el seguimiento de la rotación total. En la tabla 1 se reporta el error en la determinación de la inclinación de la mira. Este esta calculado a partir de 100 medidas para un ángulo fijo.



**Figura 8.** (a) Imagen de la mira a cero grados con los cinco puntos remarcados en la mira. (b) Posicionamiento en el espacio de los cinco puntos de la mira, (c) Comportamiento del ángulo medido vs. el ángulo introducido por el motor de rotación.

## 4. CONCLUSIONES

En este trabajo se presenta un método para la medida de posicionamiento y de desplazamiento lateral así como también la rotación de un objeto utilizando el cálculo del plano de fase con la ayuda de TF. A diferencia de otros métodos que utilizan otras transformadas el método empleado aquí permite hacer más fácil el cálculo de la zona de trabajo y es mas simple de implementar. El dispositivo esta basado sobre un sistema simple de visión que registra un patrón periódico, cuyas dimensiones reales son conocidas. El experimento muestra que se tiene la capacidad de determinar el posicionamiento y el desplazamiento lateral de un patrón con precisión subpixel de  $5 \times 10^{-3}$  *pixeles* en las dos

---

direcciones, así como la orientación del patrón con una precisión de  $1 \times 10^{-4} \text{ rad}$ , pero, con un límite de rotación de 90 grados. En este método la resolución espacial depende de los parámetros del sistema de observación, adicionalmente, el conocimiento de la frecuencia del patrón de fase empleado permite realizar una calibración in situ.

### **AGRADECIMIENTOS**

Este trabajo es realizado con la colaboración del Département D'Optique, FEMTO-ST, Besançon, FRANCE. N. Arias Hernández agradece a Colciencias y a la Universidad Industrial de Santander por su apoyo financiero.

### **REFERENCIAS**

1. Y. Zheng, D. Bin, L. Xingzhan, and Y. Ren, "Novel twodimensional position measurement method with linear array charge-coupled device," *Opt. Eng.* 37, 2601–2604 (1998).
2. P. Sandoz, J. C. Ravassard, S. Dembele', and A. Janex, "Phase sensitive vision technique for high accuracy position measurement of moving targets," *IEEE Trans. Instrum. Meas.* 49 867–872 (2000).
3. P. Sandoz, R. Escalona, V. Bonnans, and S. Dembele', "From interferometry to image processing: Phase measurement vision method for high accuracy position sensing of rigid targets," in *Proceedings of Interferometry in Speckle Light: Theory and Applications*, P. Jacquot and J. M. Fournier, eds. (Springer-Verlag), New York, 1999) pp. 421–428.
4. P. Sandoz, P. Humbert, V. Bonnans, and T. Gharbi, "Mesure de position subpixel," French Patent No. 02 02547.
5. Y. Zheng, D. Bin, L. Xingzhan, and Y. Ren, "Novel two dimensional position measurement method with linear array charge-coupled device," *Opt. Eng.* 37, 2601–2604(1998).