



ECUACIONES DIFERENCIALES EN ING. TELECOMUNICACIONES - Transformada Z

La transformada Z es una discretización de la transformada de Laplace. Se define como una función que transforma una señal en tiempo discreto $x(n)$ en una función polinómica de variable compleja. Formalmente, la transformada Z es una función $x(n) \xrightarrow{Z} X(z)$ de tal modo que

$$X(z) = Z(x(n)) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n)z^{-n},$$

donde z es una variable compleja y $\{x(n)\}$ representa una sucesión real.

La transformada Z es una forma alternativa de representar la señal. Los valores de la señal pasan a ser los coeficientes de un polinomio en la variable compleja z . Usando la transformada Z el tratamiento matemático de los sistemas LTI se simplifica.

Propiedades:

- **Linealidad:** $Z(a_1x_1(n) + a_2x_2(z)) = a_1X_1(z) + a_2X_2(z)$.
- **Desplazamiento en el tiempo:** $Z(x(n - k)) = z^{-k}X(z)$.
- **Escalado en el dominio:** $Z(a^n x(n)) = X(a^{-1}z)$.

Región de convergencia:

Dado que la transformada Z es una serie de potencias, solo existe para aquellos valores de z para los que la serie converge. El conjunto de valores de z para los cuales la serie converge se llama **región de convergencia**.

Definimos la función escalón unitario en tiempo discreto como

$$u(n) = \begin{cases} 0 & \text{si } n < 0 \\ 1 & \text{si } n \geq 0 \end{cases}$$

Problema: Aplicando la definición de transformada Z y las propiedades, determinar la transformada Z y dibujar la región de convergencia de las siguientes sucesiones:

- $x(n) = \cos(3n)u(n)$.
- $x(n) = 2^n \sin(3n)u(n)$.
- $x(n) = \left(\frac{1}{3}\right)^n u(-n - 1)$.