



## ECUACIONES DIFERENCIALES EN ING. TELECOMUNICACIONES - Transformada Z

La transformada Z es una discretización de la transformada de Laplace. Se define como una función que transforma una señal en tiempo discreto  $x(n)$  en una función polinómica de variable compleja. Formalmente, la transformada Z es una función  $x(n) \xrightarrow{Z} X(z)$  de tal modo que

$$X(z) = Z(x(n)) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n)z^{-n},$$

donde  $z$  es una variable compleja y  $\{x(n)\}$  representa una sucesión real.

La transformada Z es una forma alternativa de representar la señal. Los valores de la señal pasan a ser los coeficientes de un polinomio en la variable compleja  $z$ . Usando la transformada Z el tratamiento matemático de los sistemas LTI se simplifica.

### Propiedades:

- **Linealidad:**  $Z(a_1x_1(n) + a_2x_2(n)) = a_1X_1(z) + a_2X_2(z)$ .
- **Desplazamiento en el tiempo:**  $Z(x(n-k)) = z^{-k}X(z)$ .
- **Escalado en el dominio:**  $Z(a^n x(n)) = X(a^{-1}z)$ .

### Región de convergencia:

Dado que la transformada Z es una serie de potencias, solo existe para aquellos valores de  $z$  para los que la serie converge. El conjunto de valores de  $z$  para los cuales la serie converge se llama **región de convergencia**.

Definimos la función escalón unitario en tiempo discreto como

$$u(n) = \begin{cases} 0 & \text{si } n < 0 \\ 1 & \text{si } n \geq 0 \end{cases}$$

**Problema:** Aplicando la definición de transformada Z y las propiedades, determinar la transformada Z y dibujar la región de convergencia de las siguientes sucesiones:

- $x(n) = \cos(3n)u(n)$ .
- $x(n) = 2^n \sin(3n)u(n)$ .
- $x(n) = \left(\frac{1}{3}\right)^n u(-n-1)$ .