FACULTAD DE CIENCIAS BÁSICAS

Universidad de Pamplona

Ecuaciones Diferenciales (Codigo: 157008)

Proyecto Tercer Corte - Ingeniería de Alimentos

ESTANQUE DE TRUCHAS

Consideremos el modelo logístico para determinar la población de peces en un estanque dedicado a la crianza de truchas, es decir:

$$\frac{dP}{dt} = k\left(1 - \frac{P}{N}\right),$$

si se da inicio al cultivo de truchas con con una población inicial de P_0, t años después la cantidad de peces en el estanque estará dado por $P(t)$, la razón de crecimiento de esta especie de pez cultivado para el consumo es k y la capacidad de soporte N.

I. Ajuste el modelo para tomar en cuenta cada una de las siguientes situaciones:

   a) Una cantidad fija de R truchas es cultivada anualmente.

   b) Un tercio de la poblacin es cultivada anualmente.

II. Tómese $k = 0,5$ y $N = 1000$, realice un análisis cualitativo del modelo de la parte a) del punto anterior para diferentes valores de R, en particular para:

   a) $R = 80$

   b) $R = 125$

   c) $R = 200$

   Metodología sugerida

   1 Use un software de graficación para visualizar como es la razón de cambio de la población de peces respecto al tiempo para diferentes valores de R.

   2 Matemáticamente encuentre condiciones que me permitan concluir para que valores de R mi ecuación diferencial tiene soluciones de equilibrio.

   3 Verifique que hay coherencia con lo observado en el paso 1 y lo deducido matemáticamente en el paso 2.

   4 Haga un esbozo del gráfico para la función población en el tiempo y saque conclusiones.

III. ¿Cual seria el limite de truchas que se deben cultivar anualmente para por lo menos asegurar que existe una determinada poblacion inicial de peces para los cuales la población no se va a extinguir?

Supongamos que las truchas crecen de acuerdo al modelo del biólogo austriaco L. von Bertalanffy (1901-1972):

$$\frac{dL}{dt} = k(A - L(t)), \qquad L(0) = L_0,$$

donde $L(t)$ es la longitud del pez en el instante t, k un parámetro de proporcionalidad positivo, A la talla máxima de la especie y la longitud del pez en $t = 0$ dada por $0 < L_0 < A$.

IV. Encuentre la función que modela el crecimiento de la trucha en el tiempo y grafique en particular para $A = 50$, $k = 0{,}5$ y $t = 0$ como el instante en que eclosionan los peces. Saque conclusiones a partir de este gráfico.