

Universidad de Pamplona Facultad de Ciencias Departamento de Matemáticas Ecuaciones Diferenciales

PROYECTO DE FÍSICA - VELOCIDAD DE ESCAPE DE UN COHETE

La ecuación diferencial de un cuerpo en caída libre de masa m cercano a la superficie de la Tierra, es

$$m\frac{d^2s}{dt^2} = -mg,$$

donde s representa la distancia de la superficie terrestre al objeto y se considera que la dirección positiva es hacia arriba. En otras palabras, lo que se supone aquí es que la distancia que recorre el objeto es pequeña en comparación con el radio R de la Tierra; dicho de otra manera, la distancia y del centro de la Tierra al objeto es aproximadamente igual a R. Si, por otro lado, la distancia y a un objeto como un cohete o una sonda espacial es grande en comparación con R, se puede combinar la segunda ley del movimiento de Newton con la ley de la gravitación universal (también de Newton), para deducir una ecuación diferencial en la variable y. Supongamos que se dispara un cohete en dirección vertical desde la superficie terrestre. Si la dirección positiva es hacia arriba y no se toma en cuenta la resistencia del aire la ecuación diferencial del movimiento después de quemar el combustible, es

$$m\frac{d^2y}{dt^2} = -k\frac{Mm}{y^2} \tag{1}$$

donde k es una constante de proporcionalidad y y es la distancia del centro de la Tierra al cohete, M es la masa de la Tierra y m es la masa del cohete.

- 1. Halle la constante k de la ecuación (1). (Sugerencia: Considere y = R).
- 2. La velocidad mínima necesaria para que un cohete salga de la atracción gravitatoria terrestre es considerada la velocidad de escape del cohete. Resuelva la ecuación (1) y demuestre que la velocidad de escape del cohete es $v_0 = \sqrt{2gR}$. (Sugerencia: Use que $v = \frac{dy}{dt}$).
- 3. Pruebe que la velocidad de escape en la tierra es aproximadamente $v_0 = \frac{2.2mi}{s}$. Suponga que $g = \frac{3.2ft}{s^2}$ y que R = 400mi.
- 4. Calcule la velocidad de escape en la luna, si allí la relación de la aceleración de gravedad es 0.165g y R=1080mi.