Universidad de Pamplona
Facultad de Ciencias Básicas
Departamento de Matemáticas
Proyecto de corte
Ecuaciones Diferenciales
Ingeniería Industrial

MODELO DEL MERCADO

Consideramos el siguiente modelo del mercado para casas unifamiliares en una comunidad. Sea $V(t)$ el número de vendedores en el tiempo t, y sea $C(t)$ el número de compradores en el tiempo t. Suponemos que hay niveles naturales de equilibrio entre ellos (gente que se retira, que cambian localidades de trabajo o desean cambiarse de casa por razones familiares). El nivel de equilibrio de vendedores es V_0, y el de compradores es C_0.

Sin embargo, las fuerzas del mercado pueden inducir a la gente a comprar o vender bajo diversas condiciones. Por ejemplo, si el precio de una casa es muy alto, entonces su propietario es tentado a venderla. Si los precios son muy bajos, entrarán compradores adicionales al mercado buscando ofertas favorables. Sea $c(t) = C(t) - C_0$ la desviación del número de compradores respecto al equilibrio en el tiempo t. En este caso, si $c(t) > 0$, habrá más compradores que el número usual y decimos que es un *mercado de vendedores.* Podemos inferir que la competencia de los compradores adicionales para el mismo número de casas en venta forzará los precios hacia arriba (la ley de la oferta y la demanda).

De modo similar, sea $v(t) = V(t) - V_0$ la desviación del número de vendedores respecto al nivel de equilibrio. Si $v(t) > 0$, habrá más vendedores en el mercado de lo normal; y si el número de compradores es bajo, habrá demasiadas casas en el mercado y los precios bajarán, lo que a su vez afecta las decisiones de comprar o vender.

Podemos dar un simple modelo de esta situación como sigue:

$$\frac{d\mathbf{Y}}{dt} = \mathbf{AY} = \begin{pmatrix} \alpha & \beta \\ \gamma & \delta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c \\ v \end{pmatrix}, \qquad \text{donde } \mathbf{Y} = \begin{pmatrix} c \\ v \end{pmatrix}.$$

Los valores exactos de los parámetros α, β, γ y δ dependen de la economía de una comunidad particular. Sin embargo, si suponemos que todo el mundo quiere obtener una oferta favorable al comprar una casa o al venderla, podemos predecir si los parámetros son positivos o negativos aun cuando no conozcamos sus valores exactos.

1. Use la información anterior para conseguir información sobre los parámetros α, β, γ y δ. Justifique su respuesta.
2. Si hay un número mayor de compradores compitiendo por las casas, esperaríamos que se elevaran sus precios y esto haría menos probable que entraran al mercado nuevos compradores potenciales. ¿Cómo lo correlaciona con el parámetro α?
3. Si el número de compradores compitiendo por las casas disponibles a la venta es menor, entonces esperaríamos que el precio de la casa disminuyese. En consecuencia, un menor número de vendedores potenciales colocarían sus casas en el mercado. ¿Qué implicaciones tiene esto con respecto al parámetro γ?
4. Tome en cuenta el efecto en el precio de las casas si $v > 0$ y el efecto subsecuente en los compradores y vendedores. Determine luego el signo del parámetro β.
5. Determine el signo más razonable para el parámetro δ.