# THE FIELD ORIENTED CONTROLLED INDUCTION MOTOR AND THE DC MOTOR. A DYNAMIC COMPARISON

## EL MOTOR DE INDUCCIÓN EN CAMPO ORIENTADO Y EL MOTOR DE CD. UNA COMPARACIÓN DINÁMICA

#### Msc. Jorge Luis Díaz Rodríguez, PhD. Aldo Pardo García

Universidad de Pamplona

Ciudadela Universitaria. Pamplona, Norte de Santander, Colombia. Tel.: 57-7-5685303, Fax: 57-7-5685303 Ext. 156 E-mail: {jdiazcu, apardo13}@unipamplona.edu.co

**Abstract:** In this work were obtained the equations that model the induction motor in Field Oriented Control. Those were obtained starting with the vector equations of voltages of the stator and rotor of the induction motor, besides the electromagnetic par's equation and the mechanical equation. Also comparative analyses of the dynamics of the AC motor in Field Oriented Control with the dynamic of the separately excited DC motor were made. Finally, the advantages and disadvantages of this control method were enunciated.

**Resumen:** En este trabajo se obtiene las ecuaciones que modelan motor de inducción en campo orientado. Estas se obtienen a partir de las ecuaciones vectoriales de voltajes del estator y rotor del motor de inducción, además de la ecuación del par electromagnético y la ecuación mecánica. Luego se hace un análisis comparativo de la dinámica del motor de corriente alterna en campo orientado con la dinámica del motor de corriente directa de excitación independiente. Al final se enuncian las ventajas y desventajas del control por campo orientado del motor de inducción.

Keywords: Induction Motor, DC motor, Vector Control, Dynamic analysis.

## 1. INTRODUCCIÓN

Las técnicas de control vectorial de motores de alterna surgieron como respuesta a un problema industrial claro: sustituir los motores de continua en aplicaciones a velocidad variable por motores de alterna y entre éstos, preferentemente, por motores de inducción. La motivación era evidente; el motor de inducción supera al de continua en robustez, relación peso- potencia, potencia, velocidad máximas, etc. El problema radicaba en su compleja dinámica frente a la sencillez del motor de corriente directa. Parte de los trabajos de investigación se orientaron hacia la búsqueda de modelos del motor de inducción que permitiesen esquemas de control similar a los de continua, basados en un desacoplo del flujo y el par. Surgieron de esta forma los modelos basados en el concepto de orientación de campo.

Aunque el control a partir de estos modelos era en un principio posible, su implementación práctica presentaba problemas importantes. Las transformaciones necesarias para llegar al modelo del motor en un sistema de ejes dq eran inabordables con circuitos analógicos. Se requerían además interruptores de potencia capaces de realizar conmutaciones rápidas en circuitos de carácter inductivos. Fue necesario esperar el desarrollo de la microelectrónica, con la aparición de los microprocesadores y de la electrónica de potencia, con los transistores y los tiristores para poder plantearse la implementación práctica de los esquemas de control vectorial.

Hasta aquí, el control vectorial involucraba dos áreas de trabajo: el modelado del motor, que en esencia era un problema de máquinas eléctricas, y la implementación del control, que incluía cuestiones relacionadas con la microelectrónica y la electrónica de potencia. En la medida que el modelado del motor fuese preciso y el comportamiento de la etapa de potencia se acercase funcionamiento ideal, a un disminuía la complejidad del esquema de control. El sistema de ejes dq, correctamente implementado, permitía obtener un control del motor de alterna, con unas excelentes prestaciones, mediante el uso de sencillos reguladores PI.

## 2. MOTOR DE INDUCCIÓN EN CAMPO ORIENTADO

En los accionamientos eléctricos de motores de corriente alterna no existe desacoplamiento de forma espontánea como en las máquinas de corriente directa, entre el flujo magnético y la corriente que produce el par electromagnético.

El método de orientación de campo permite operar el motor de forma desacoplada lo cual posibilita cumplimentar prácticamente cualquier requerimiento impuesto al sistema.

El desacoplamiento no es más que lograr separar las corrientes del estator de forma que,  $i_{Sd}$  sea la que produzca el campo e  $i_{Sq}$  sea la que produzca el par, siendo la corriente regulada por el par que demande la carga.

Con este fin pueden ser utilizadas dos vías, que serán argumentadas más adelante, las cuales se basan en el control y la ubicación conveniente del vector de flujo del rotor; la primera, un método directo, de más alta complejidad, y necesita de la utilización de un sensor o estimador de flujo. La segunda es un método indirecto que determina la posición del vector de flujo, por medio de los valores de la referencia y la velocidad del rotor.

#### Para esto es necesario:

- 1. Que el vector de flujo del rotor referido  $\left(\vec{\Psi}_{R}\right)$  sea posicionado sobre el eje real, logrando que la componente en el eje real sea igual al valor total del mismo  $\left(\vec{\Psi}_{R}=\Psi_{Rd}\right)$  y que la componente en el eje q sea cero  $\left(\Psi_{Rq}=0\right)$ .
- 2. Mantener constante el flujo de manera que el momento sea proporcional a la variación de la corriente en el eje q  $(i_{Sq})$ , obteniéndose así una ecuación similar a la del motor de CD:  $T_e = k \cdot \Psi_{Rd} \cdot i_{Sq}$  (1)

Como se conoce de la literatura sobre el motor de inducción las ecuaciones eléctricas de voltaje y de concatenaciones de flujo, en un sistema de coordenadas arbitrario son:

$$\vec{U}_S = R_S \cdot \vec{i}_S + \frac{d\Psi_S}{dt} + j \, w \cdot \vec{\Psi}_S \tag{2}$$

$$\vec{U}_R = R_R \cdot \vec{i}_R + \frac{d\Psi_R}{dt} + j \left( w - w_R \right) \cdot \vec{\Psi}_R$$
(3)

$$\bar{\Psi}_S = L_S \cdot \vec{i}_S + L_{M.} \cdot \vec{i}_R \tag{4}$$

$$\vec{\Psi}_R = L_R \cdot \vec{i}_R + L_{M} \cdot \vec{i}_S \tag{5}$$

Si se hace notar que  $\vec{U}_R = 0$  cuando se trata de un motor de inducción de jaula de ardilla.

Determinando la relación inversa de las ecuaciones 4 y 5 obtenemos:

$$\vec{i}_S = \frac{1}{\sigma L_S} \cdot \vec{\Psi}_S - \frac{L_M}{\sigma L_S L_R} \cdot \vec{\Psi}_R \tag{6}$$

$$\vec{i}_R = -\frac{L_M}{\sigma L_S L_R} \cdot \vec{\Psi}_S - \frac{1}{\sigma L_R} \cdot \vec{\Psi}_R \tag{7}$$

Donde

$$\sigma = 1 - \frac{L_M^2}{L_S L_R} \tag{8}$$

Es el coeficiente de dispersión o de Blondel de la máquina.

Se demuestra que sólo trabajando en coordenadas de flujo del rotor, se produce un verdadero desacoplamiento, por lo que expresamos las ecuaciones vectoriales de voltaje en función del flujo en coordenadas del rotor  $\vec{\Psi}_R$  y en función de la corriente en coordenadas del estator  $\vec{i}_S$ , debido a que esta se puede controlar o medir con mayor facilidad.

Determinando  $\vec{\Psi}_S$  y  $\vec{i}_R$ , simultaneando las ecuaciones de los flujos y las corrientes de las ecuaciones de 4 a 7, para luego sustituirlas en dichas ecuaciones de voltajes, obtenemos:

$$\vec{\Psi}_S = \sigma L_S \cdot \vec{i}_S + \frac{L_{M}}{L_R} \cdot \vec{\Psi}_R \tag{9}$$

$$\vec{i}_R = \frac{1}{L_R} \cdot \vec{\Psi}_R - \frac{L_M}{L_R} \cdot \vec{i}_S \tag{10}$$

Sustituyendo las ecuaciones 9 y 10 en 2 y 3, se obtiene:

$$\vec{U}_{S} = R_{S} \cdot \vec{i}_{S} + \frac{L_{M}}{L_{R}} \cdot \frac{d\vec{\psi}_{R}}{dt} + \sigma L_{S} \cdot \frac{di_{S}}{dt} + jw \frac{L_{M}}{L_{R}} \cdot \vec{\psi}_{R} + j w \sigma L_{S} \cdot \vec{i}_{S}$$

$$(11)$$

$$0 = R_R \frac{L_M}{L_R} \cdot \vec{i}_S + \frac{R_R}{L_R} \cdot \vec{\psi}_R + \frac{d\vec{\psi}_R}{dt} + j\left(w - w_R\right) \cdot \vec{\psi}_R$$
(12)

Como habíamos planteado anteriormente, sólo trabajando en coordenadas del flujo del rotor, se produce un verdadero desacoplamiento entonces hacemos que  $w_n = w_{mR}$ , siendo  $w_{mR}$  la velocidad del flujo del rotor y además se hace que el vector de flujo del rotor sea posicionado sobre el eje real *d*, logrando que la componente en el eje real sea igual al valor total del mismo  $(\vec{\Psi}_R = \Psi_{Rd})$  y que la componente en el eje *q* sea cero  $(\Psi_{Rq} = 0)$ .

$$\vec{\Psi}_R = \Psi_{Rd} = L_M \cdot \vec{i}_{mR} \tag{13}$$

Y de aquí que la corriente magnetizante del rotor sea:

$$\vec{i}_{mR} = \frac{1}{L_M} \cdot \vec{\Psi}_R \tag{14}$$

La figura 1 muestra el diagrama fasorial donde se representan las componentes de las magnitudes del flujo del rotor y la corriente del estator, en un sistema de ejes fijo en el estator  $\alpha\beta$ , y otro un sistemas de eje dq que gira a la velocidad del flujo magnético del rotor (campo orientado).



Fig. 1: Diagrama de los ejes **dq** en Campo Orientado

Sustituyendo las ecuaciones 13 en 11 y 12:

$$\vec{U}_{S} = R_{S} \cdot \vec{i}_{S} + \frac{L_{M}}{L_{R}} \cdot \frac{di_{mR}}{dt} + \sigma L_{S} \cdot \frac{di_{S}}{dt} + + jw_{mR} \frac{L_{M}^{2}}{L_{R}} \cdot \vec{i}_{mR} + jw_{mR} \sigma L_{S} \cdot \vec{i}_{S}$$

$$0 = R_{R} \frac{L_{M}}{L_{R}} \cdot \vec{i}_{S} + R_{R} \frac{L_{M}}{L_{R}} \cdot \vec{i}_{mR} + + L_{M} \cdot \frac{d\vec{i}_{mR}}{dt} + j (w_{mR} - w_{R}) L_{M} \cdot \vec{i}_{mR}$$
(15)
(15)

Que dividiendo la primera ecuación entre  $R_S$  y simplificando la segunda, obtenemos:

$$\frac{\vec{U}_S}{R_S} = \vec{i}_S + \frac{L_M^2}{L_R R_S} \cdot \frac{d\vec{i}_{mR}}{dt} + \sigma \frac{L_S}{R_S} \cdot \frac{d\vec{i}_S}{dt} + 
+ jw_{mR} \frac{L_M^2}{L_R R_S} \cdot \vec{i}_{mR} + jw_{mR} \cdot \sigma \frac{L_S}{R_S} \cdot \vec{i}_S$$

$$0 = \frac{R_R}{L_R} \vec{i}_S + \frac{R_R}{L_R} \vec{i}_{mR} + \frac{d\vec{i}_{mR}}{dt} + j(w_{mR} - w_R) \vec{i}_{mR}$$
(18)

Siendo  $T_S = \frac{L_S}{R_S}$ ,  $T_R = \frac{L_R}{R_R}$  y  $\sigma = 1 - \frac{L_M^2}{L_S L_R}$ 

Obtenemos finalmente:

$$\sigma T_S \frac{di_S}{dt} + \vec{i}_S = \frac{U_S}{R_S} - j w_{mR} \sigma T_S \cdot \vec{i}_S - (1 - \sigma) T_S \cdot \frac{di_{mR}}{dt} + j w_{mR} (1 - \sigma) T_S \cdot \vec{i}_{mR}$$
(19)

$$T_R \frac{di_{mR}}{dt} + \vec{i}_{mR} = \vec{i}_S - j \left( w_{mR} - w_R \right) T_R \cdot \vec{i}_{mR}$$
(20)

Que son las ecuaciones vectoriales del motor de inducción en un sistema de coordenadas que gira a velocidad del flujo del rotor. Descomponiendo estas ecuaciones vectoriales en los ejes dq del rotor.

$$\sigma T_S \cdot \frac{di_{Sd}}{dt} + i_{Sd} = \frac{U_{Sd}}{R_S} + w_{mR}\sigma T_S \cdot i_{Sq} - (1 - \sigma) T_S \cdot \frac{di_{mR}}{dt}$$
(21)

$$\sigma T_S \cdot \frac{di_{Sq}}{dt} + i_{Sq} = \frac{U_{Sq}}{R_S} - w_{mR}\sigma T_S \cdot i_{Sd} - (1 - \sigma) w_{mR}T_S \cdot i_{mR}$$
(22)

$$T_R \cdot \frac{di_{mR}}{dt} + i_{mR} = i_{Sd} \tag{23}$$

$$0 = i_{Sq} - (w_{mR} - w_R) T_R \cdot i_{mR} \quad (24)$$

Siendo estas últimas las ecuaciones escalares que representan la dinámica del motor de inducción en campo orientado.

## 2.1 Control por corriente del motor de inducción en campo orientado

A la hora de realizar el control este se implementa a través de un convertidor de potencia, y este puede tener la salida en ataque por tensión (Inversor de Voltaje o VSI) o ataque por corriente (Inversor de Corriente o CSI). Asumiendo que se realizará un control por corriente, la dinámica sólo estará dada por las dos últimas ecuaciones, que son las ecuaciones de voltaje ejes del rotor, simplificando aun más el control.

Aplicando la Transformada de Laplace (operador s = d/dt) en la ecuación 23, obtenemos:

$$I_{Sd}(s) = I_{mR}(s) + T_R \ s \cdot I_{mR}(s)$$
<sup>(25)</sup>

Escribiendo 25 en función de transferencia y el flujo como variable de salida según 14:

$$\frac{\Psi_R(s)}{I_{Sd}(s)} = \frac{L_M}{1 + T_R s}$$
(26)

Y despejando en 24 obtenemos:

$$w_{sl} = \frac{i_{Sq}}{T_R \cdot i_{mR}} = w_{mR} - w_R \tag{27}$$

Donde  $w_{sl}$  sería un equivalente de la frecuencia del deslizamiento.

$$w_{mR} = w_R + \frac{i_{Sq}}{T_R \cdot i_{mR}} \tag{28}$$

Integrando esta velocidad sincrónica se obtiene el ángulo de desacoplamiento:

$$\rho = \int w_{mR} \, dt \tag{29}$$

## 2.2 Obtención de la ecuación del par electromagnético para el motor con campo orientado

Partiendo de la ecuación del par electromagnético del motor de inducción:

$$T_e = \frac{3}{2} \frac{P}{2} \Im m \left[ \vec{\Psi}_S^* \cdot \vec{i}_S \right]$$
(30)

Y sustituyendo 9 en 30 y reduciendo, obtenemos:

$$T_e = \frac{3}{2} \frac{P}{2} \frac{L_M}{L_R} \Im m \left[ \vec{i}_S \cdot \vec{\Psi}_R^* \right]$$
(31)

Como el vector de la corriente del estator es:

$$\bar{i}_S = i_{Sd} + j i_{Sq} \tag{32}$$

Con lo que obtenemos:

$$T_e = \frac{3}{2} \frac{P}{2} \frac{L_M}{L_R} \Im m \left[ \left( i_{Sd} + j i_{Sq} \right) \cdot \vec{\Psi}_R^* \right]$$
(33)

Y como el flujo esta sobre el eje *d*, tiene sólo componente real, entonces  $\vec{\Psi}_R^* = \vec{\Psi}_R$ 

$$T_e = \frac{3}{2} \frac{P}{2} \frac{L_M}{L_R} \Psi_R \Im m \left[ i_{Sd} + j i_{Sq} \right]$$
(34)

$$T_e = \frac{3}{2} \frac{P}{2} \frac{L_M}{L_R} \cdot \Psi_R \cdot i_{Sq}$$
(35)

Si establecemos

$$k = \frac{3}{2} \frac{P}{2} \frac{L_M}{L_R}$$
(36)

Entonces:

$$T_e = k \cdot \Psi_R \cdot i_{Sq} \tag{37}$$

También se puede obtener la relación del par con el deslizamiento sustituyendo la ecuación 27 en 35:

$$T_e = \frac{P}{2} \frac{1}{R_R} \cdot \Psi_R^2 \cdot w_{sl}$$
(38)

Y se puede observar que dicha relación es lineal cuando se trabaja a flujo constante.

#### 2.3 Ecuación mecánica

La ecuación mecánica relaciona las variables eléctricas del motor con la carga, según la segunda Ley de Newton para el movimiento rotatorio. Esta describe el comportamiento de la velocidad mecánica, o también la posición del rotor, en función del par electromagnético y los parámetros de la carga. En términos de la velocidad mecánica se puede escribir:

$$J\frac{dw_m}{dt} + Bw_m + T_c = T_e \tag{39}$$

Universidad de Pamplona I. I. D. T. A. Donde:

- *J* es el momento de inercia del motor más la carga.
- *B* es el coeficiente de amortiguación del motor más la carga.
- $T_c$  es el par de la carga.

Se puede escribir 38 en términos de la velocidad angular eléctrica del rotor  $W_R$  según:

$$w_R = \frac{P}{2} w_m \tag{40}$$

Aplicando la Transformada de Laplace obtenemos:

$$J \, s \, w_R + B \, w_R = \frac{P}{2} \left( T_e - T_c \right) \tag{41}$$

2.4 Diagrama de bloques del motor de inducción de jaula de ardilla en un control vectorial por campo orientado

Según las ecuaciones 26, 35 y 41, que se obtuvieron anteriormente, se puede confeccionar el diagrama en bloques del motor de inducción en campo orientado como en la figura 2.



Fig. 2: Diagrama de bloques del motor de inducción en campo orientado.

## De la figura se puede obtener las siguientes conclusiones:

- La respuesta del flujo y de la corriente i<sub>Sd</sub> posee una dinámica de primer orden, según la ecuación 26.
- La respuesta del par y de la corriente i<sub>Sq</sub> no posee dinámica, o sea es directa, según la ecuación 35.
- Es posible realizar el debilitamiento del campo a través de *i*<sub>Sd</sub>.
- Si el flujo es constante, es posible controlar al par directa e instantáneamente a través de i<sub>Sa</sub>.

### 3. COMPARACIÓN DINÁMICA CON EL MOTOR DE CD DE EXCITACIÓN INDEPENDIENTE

En las condiciones anteriores el control de velocidad y par del motor de inducción es análogo al de corriente directa con excitación independiente. La deducción de esta analogía esta obtiene a continuación.

En el caso de la ecuación de la excitación del motor de CD, la cual es la encargada de producir el flujo, se tiene:

$$U_f = R_f i_f + L_f \cdot \frac{di_f}{dt} \tag{42}$$

Comparándola con la del motor de inducción con campo orientado:

$$i_{Sd} = i_{mR} + T_R \cdot \frac{di_{mR}}{dt}$$
(43)

La cual se puede escribir ya que  $T_R = \frac{L_R}{R_R}$ :

$$R_R \cdot i_{Sd} = R_R \cdot i_{mR} + L_R \cdot \frac{di_{mR}}{dt}$$
(44)

En el caso del par, según vimos anteriormente:  $T_e = k \cdot \Psi_R \cdot i_{Sq}$  (45)

La cual es equivalente a la ecuación del par del motor de CD:

$$T_e = k \cdot \Psi_f \cdot i_a \tag{46}$$

## Comprobado así las siguientes equivalencias:

- La corriente de magnetización del rotor  $i_{mR}$ con la corriente de excitación  $i_f$ .
- La componente de la corriente del estator en el eje d del rotor  $i_{Sd}$  con el voltaje  $U_f$ .
- La componente de la corriente del estator en el eje q del rotor i<sub>Sq</sub> con la corriente de armadura i<sub>q</sub>.

Por lo que el control vectorial muestra una dinámica semejante al control por voltaje del motor de CD, además igual que este, se fija un valor de flujo deseado (fijando  $i_{Sd}$ ) y el valor del par  $T_e$ , se varía con el valor de  $i_{Sq}$ , para mantener la velocidad constante.

Revista Colombiana de Tecnologías de Avanzada

#### **4. CONCLUSIONES**

De los métodos de control vectorial del motor de inducción que posee mejores indicadores es el sistema que gira a la velocidad del flujo del rotor o también conocido como Control Vectorial por Campo Orientado.

## De este método de control vectorial se pueden resumir las siguientes ventajas:

- Se logra un verdadero desacoplo, debido a que se trabaja directamente con el flujo que produce el par, sin tener la influencia de los flujos de dispersión que provocan pequeños acoplamientos.
- La característica de T vs s (Par contra Deslizamiento, a flujo nominal), es lineal, según la ecuación 38, en los otros dos casos de flujo de estator y del entrehierro no ocurre lo mismo.
- Es equivalente dinámicamente al motor de corriente directa de excitación independiente.
- Resulta más fácil implementar.

#### No obstante presenta algunos inconvenientes:

- Cuando se trabaja en la zona de debilitamiento del campo, y en estas condiciones, se emplea la ley de referencia de flujo como el inverso de la velocidad (cosa muy común, por su sencillez), se pierde capacidad de sobrecarga de la máquina (relación de par por ampere).
- Además la exactitud del cálculo de la velocidad está en dependencia del valor calculado de la constante de tiempo del rotor (τ<sub>r</sub>), y como difiera esta del valor real de la misma; ya que esta constante depende de los valores de resistencia e inductancia del rotor. El término que introduce las variaciones más importantes es la resistencia, puesto que en la actualidad muchos rotores son fabricados con materiales que varían su resistencia hasta un 100 % con la temperatura, lo que puede introducir considerables errores.

Por último, y el principal objetivo de este trabajo, se obtuvo la gran similitud dinámica entre el motor de inducción controlado con la técnica de Control Vectorial en campo orientado y el motor de corriente directa.

## REFERENCIAS

- Aparicio, J. L. Criterios de Diseño de Convertidores Estáticos para Accionamientos Regulados en Corriente Alterna con Motores de Inducción. Tesis doctoral, Universidad de Oviedo, 1987.
- Blaschke, F. "The Principle of Field Orientation as Applied to the New Transvektor Closed-Loop Control Systems for Rotating-Field Machines", Siemens Review, Vol. XXXIX, No. 5, 1972, pp. 217-220.
- Bose, B. K. "Power Electronics A technology review". Proceedings of IEEE, Vol. 82, No. 8, 1992.
- Bose, B. K. *Power Electronics and AC drives*, Prentice-Hall, NJ, 1986.
- Briz, F. Control Vectorial del Motor de Inducción con Identificación y Adaptación a los Parámetros de la carga. Tesis doctoral, Universidad de Oviedo, 1995.
- Díaz Rodríguez, J. L. Control por campo orientado del motor de inducción con adaptación de parámetros por modelo de referencia. Tesis de Maestría, UCLV, 2000.
- Field Orientation and High Performance Motion Control, WEMPEC, University of Wisconsin-Madison, Summary of Publications, Madison, 1981-1988.
- Ho, E. Y. Y.; Sen P. C. "Decoupling Control of Induction Motor Drive", IEEE Trans. Ind. Elect., Vol. IE-35, No. 2, May 1988, pp. 253-262.
- Leonhard, W. "Adjustable-speed AC Drives", Proceedings of IEEE, Vol. 76, No. 4, 1988, pp. 455-470.
- Leonhard, W. "Microcomputer Control of high Dynamic Performance ac-Drives – A Survey", Automática, Vol. 22, No. 22, 1986, pp. 1-19.
- Leonhard, W. Control of Electrical Drives, Springer-Verlag, Heidelberg, 1985.
- Pardo, A; Díaz, J. L. *Fundamentos en Sistemas de Control Automático*. Universidad de Pamplona. 2004.
- Pardo, A; Díaz, J. L. *Aplicaciones de los convertidores de frecuencia. Estrategia PWM.* Universidad de Pamplona. 2005.
- Ramos, R.; López, E. Control Vectorial del Motor de Inducción por Campo Orientado. Trabajo de Diploma, Camagüey: Universidad de Camagüey, 1998.
- Vas, P. Vector Control of AC Machines, Oxford Science Publications, New York, 1990.