

**MUSIC ALGORITHM SIMULATION FOR UNIFORM LINEAR ARRAY OF
SMARTS ANTENNAS****SIMULACION DEL ALGORITMO MUSIC PARA UN ARREGLO LINEAL
UNIFORME DE ANTENAS INTELIGENTES****MSc. Eduardo Avendaño Fernández, Ing. William Rincón Hernández****Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia**

Escuela de Ingeniería Electrónica, Sogamoso, Boyacá, Colombia.

Tel.: 57-8-7716902, Fax: 57-8-7716902, Ext. 241

E-mail: eduardo.avendano@uptc.edu.co, williryco@hotmail.com

Abstract: This paper presents the design and the simulation of a uniform linear array of smart antennas, using the MUSIC algorithm (Multiple Signal Classification) to obtain the angular position of users. The specific application is the Wideband Code Division Multiple Access, which with the introduction of the Third Generations Systems promises better experience for the users supported by smart antennas technology.

Resumen: Este artículo presenta el diseño y simulación de un arreglo lineal uniforme de antenas inteligentes, usando el algoritmo MUSIC (Clasificación de Señal Múltiple) para obtener la posición angular de los usuarios. La aplicación específica es el Acceso Múltiple por División de Código, que es la introducción a los sistemas de Tercera Generación que prometen mejor experiencia para los usuarios soportados por la tecnología de antenas inteligentes.

Keywords: Uniform linear array, smart antennas, Direction of Arrival (DOA), array factor, beam forming, eigenvectors, correlation matrix and spread spectrum.

1. INTRODUCCIÓN

Un sistema de antenas inteligentes (Liberti, 1999; Lehne et al, 1999) combina múltiples elementos de antenas con la capacidad de procesamiento de la señal, lo que mejora su radiación y/o su lóbulo de radiación en respuesta al ambiente de operación actual. Se considera que las antenas inteligentes son la última innovación tecnológica que tiene el potencial para aumentar la funcionalidad de los sistemas de comunicaciones inalámbricas.

El arreglo de antenas a trabajar emplea el algoritmo MUSIC (Shubair et al, 2007) de estimación de dirección de llegada DoA (Constantine, 2005) (Direction of Arrival).

Aunque los sistemas de telefonía móvil celular se apoyan en GSM se está migrando hacia la Tercera Generación (3G) y las bondades se soportan bajo la arquitectura de CDMA (Acceso múltiple por división de código) y WCDMA (CDMA de Banda Ancha) (Rong, 1996), por lo tanto se realiza la simulación en base al sistema CDMA que es la base para los requerimientos de radio UMTS. Las antenas inteligentes (Constantine, 2005) son aquellas que poseen la capacidad de ajustar su diagrama de radiación de forma predefinida; el sistema funciona de tal forma que cuando el usuario se desplaza, se modifica la dirección del lóbulo para que se mueva con él.

2. FUNDAMENTACION Y CONSIDERACIONES

Para la implementación del algoritmo MUSIC y el análisis del arreglo de antenas inteligentes se tiene en cuenta las siguientes presunciones:

- 1) Todas las señales incidentes al arreglo de antenas, están compuestas por ondas planas.
- 2) El transmisor y los objetos que causan múltiples trayectorias (Multipath), se encuentran en campo lejano al arreglo de antenas.
- 3) La distancia entre los elementos de la antena, es lo suficientemente pequeña para que las amplitudes de las señales recibidas a cualquier elemento del arreglo, no difieran significativamente.
- 4) Cada elemento de la antena tiene el mismo patrón de radiación y la misma orientación.
- 5) El acoplamiento mutuo entre los elementos de la antena es despreciable.

2.1 Arreglo Lineal Uniforme

De acuerdo a la figura 1, un arreglo de antenas posee M elementos, de los cuales el primero es la referencia ubicada en el origen, por lo tanto, debe existir mínimo 2 elementos en la antena.

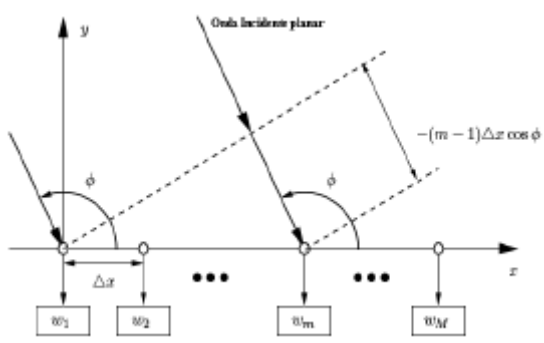


Fig.1. Arreglo Lineal uniforme de antena

Sea $\Delta x=d$ la distancia entre cada elemento del arreglo, por lo tanto $x_m=(m-1)d$. Dada la dirección de la onda incidente planar, se tiene que $\gamma_m=kd(m-1)\cos\phi$, como puede verse en la figura 1.

El espaciado entre los elementos del arreglo (d) es un factor importante en el diseño; una distancia mayor a $\lambda/2$ puede producir lóbulos rejilla en el diagrama de radiación y es muy probable que algunos usuarios no sean detectados; una distancia menor a $\lambda/2$ puede establecer acoplamiento mutuo entre los elementos del arreglo, lo cual no es conveniente para éste trabajo.

La señal entrante al primer elemento del arreglo está definida por:

$$s_1(t)=m_1(t) e^{2\pi j f_0 t} \quad (1)$$

Donde $m_1(t)$ es la función moduladora compleja de la l -ésima fuente (usuarios) y f_0 es la frecuencia de la señal portadora. Por lo tanto, para M elementos, se tiene la señal entrante:

$$x_m(t)=m_l(t) e^{(2\pi j f_0 t + \Delta\gamma_m)} + n_m(t) \quad (2)$$

$$x_m(t)=s_l(t)a_m(\mathbf{f})+n_m(t) \quad (3)$$

En la ecuación 3, $n_m(t)$ es la componente de ruido aleatorio sobre el m -ésimo canal; éste es asumido como temporalmente blanco, con media cero y varianza \mathbf{d}_n^2 .

Donde,

$$a_m(\mathbf{f}_l) = e^{j\Delta\gamma_m} = e^{-jkd(m-1)\cos\phi} \quad (4)$$

Ahora, podemos determinar el vector director como:

$$a(\mathbf{f}_l) = (a_2(\mathbf{f}_l) \dots a_m(\mathbf{f}_l) \dots a_m(\mathbf{f}_l) \dots a_M(\mathbf{f}_l))^T \quad (5)$$

El vector de la señal entrante:

$$s(t) = (s_1(t) \ s_2(t) \ \dots \ s_l(t) \ s_L(t))^T \quad (6)$$

El vector de ruido:

$$N(t) = (n_1(t) \ n_2(t) \ \dots \ n_l(t) \ n_L(t))^T \quad (7)$$

Ahora la matriz dirección de tamaño $L \times N$ está dada por:

$$A = a(\mathbf{f}_1) a(\mathbf{f}_1) \dots a(\mathbf{f}_l) \dots a(\mathbf{f}_L) \quad (8)$$

Finalmente, la matriz que contiene las señales entrantes será:

$$\mathbf{x}(t)=\mathbf{A} s(t)+\mathbf{n}(t) \quad (9)$$

Dada la señal entrante definida por la ecuación 1, es necesario determinar el esquema de acceso múltiple y modulación, para propósitos de simulación suponemos que trabajamos sobre un sistema WCDMA (Acceso Múltiple por división de código de banda amplia), por consiguiente:

$$m_l(t)=d_l(t)g(t) \quad (10)$$

Donde $d_l(t)$ es un mensaje y $g(t)$ es ruido pseudoaleatorio con valores binarios de +1 y -1.

3. ALGORITMO MUSIC

Los métodos con los cuales se extrae información de las señales entrantes son llamados métodos de estimación de dirección de arribo, entre ellos se encuentra el MUSIC (Clasificación Múltiple de la Señal) (Shubair, 2007), ubicado entre los métodos

de estructura propia, como se podrá notar posteriormente.

El algoritmo MUSIC requiere de la matriz de correlación R_{xx} , su valor está dado por:

$$R_{xx} = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x[n]x[n]^T \quad (11)$$

Donde $x[n]$ denota las muestras de la señal $x(t)$ y $x[n]^T$ denota la transpuesta de $x[n]$.

Para éste tipo de algoritmo se requiere hacer la descomposición de los valores y vectores propios de R_{xx} de la siguiente forma:

$$R_{xx} = V \Lambda V^T \quad (12)$$

Con la matriz diagonal

$$\Lambda = \begin{pmatrix} I_1 & & 0 \\ & I_m & \\ 0 & & I_M \end{pmatrix} \quad (13)$$

Donde λ_1 denota el primer valor propio de la matriz de correlación R_{xx} y

$$V = (U_1 \dots U_2 \dots U_M) \quad (14)$$

Que contiene los vectores propios de R_{xx} .

La anterior representación también es conocida con el nombre de descomposición espectral de la matriz de correlación R_{xx} .

3.1 Espectro MUSIC

Ahora se procede a calcular el espectro MUSIC (Frank, 2005), el cual realiza una colección de los vectores propios y directores a_ϕ y se realiza una comparación, con el fin de clasificar los vectores que sean ortogonales como se muestra en la ecuación 15. Nótese que cuando se cumple lo anteriormente planteado, ocurrirán picos elevados en la dirección a_ϕ .

$$P(\mathbf{f}) = \frac{1}{a(\mathbf{f})^T V_N V_N^T a(\mathbf{f})} \quad (15)$$

Donde

$$V_N = (U_{L+1} \dots U_M) \quad (16)$$

3.1.1 Resultados de la simulación del algoritmo Music

Algunos picos en el espectro MUSIC son muy altos, lo cual hace necesario graficar en escala logarítmica y así evitar que algunos usuarios (así sean interferentes) no se puedan identificar en la gráfica.

Considerando el caso con 5 usuarios ($L=5$), 8 elementos en el arreglo ($M=8$), relación señal a ruido de 20dB (SNR), número de muestras $N=20$.

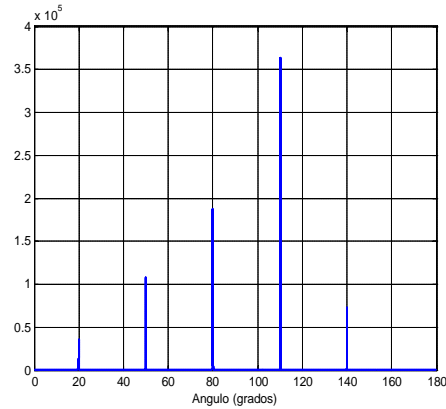


Fig. 2. Espectro MUSIC con $L=5$, $M=8$, $SNR=20db$, $N=20$

Se puede observar en la figura 2, el inconveniente de no emplear la escala logarítmica cuando algunos picos son muy altos comparados con otros.

En la figura 3 se ilustra el espectro MUSIC en escala logarítmica:

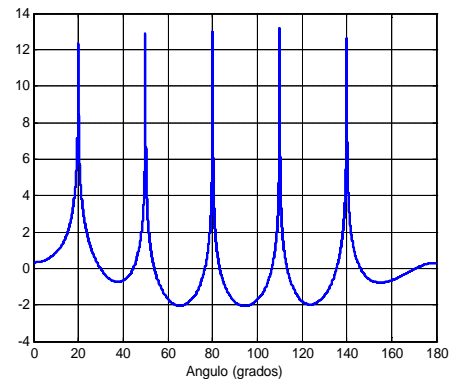


Fig. 3. Espectro MUSIC con $L=5$, $M=8$, $SNR=20db$, $N=20$

En la figura 3 se observan los 5 usuarios detectados por el algoritmo MUSIC; la amplitud exacta de cada pico es irrelevante, ya que sólo nos interesa saber la posición angular exacta de los usuarios.

Para determinar las posiciones de los usuarios, calculadas por la simulación, se obtienen los cruces por cero del Espectro MUSIC a partir de su derivada para ser lo más exactos posibles, como se muestra en la figura 4.

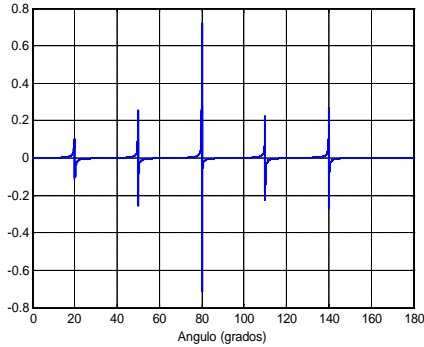


Fig. 4. Cruces por cero del Espectro $L=5$, $M=8$, $SNR=20db$, $N=20$

En las siguientes tablas se muestra las direcciones reales y las calculadas y el error entre ellas.

Tabla 1. Dirección real y estimada a partir del algoritmo MUSIC junto con el error relativo.

	Dirección Real	Dirección Calculada	Error Relativo
Usuario 1	20.000	20.015	0.0150
Usuario 2	50.000	50.015	0.0150
Usuario 3	80.000	80.015	0.0150
Usuario 4	110.000	109.975	-0.025
Usuario 5	140.000	139.995	-0.005

Ahora, variando la relación señal a ruido a 0dB se obtiene el espectro de las señales detectadas y se reconocen fácilmente los usuarios espaciados treinta (30) grados entre sí, ver figura 5.

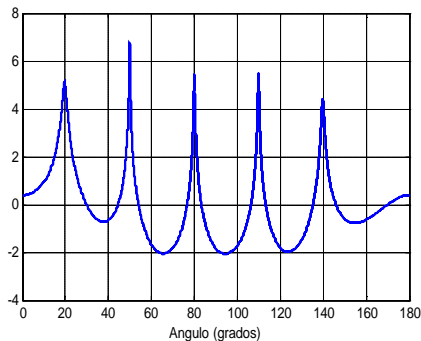


Fig. 5. Espectro MUSIC con $L=5$, $M=8$, $SNR=0db$, $N=20$

Se puede observar en la tabla 2, el incremento en el error relativo de las direcciones, debido al decremento de la relación señal a ruido; además, la amplitud de los picos en las figuras 3 y 5 puede

compararse para notar el decremento de dichos picos, debido a una baja relación señal a ruido.

Aunque el error que aparece en la tabla 2 es mayor al de la tabla 1, es relativamente pequeño y aceptable.

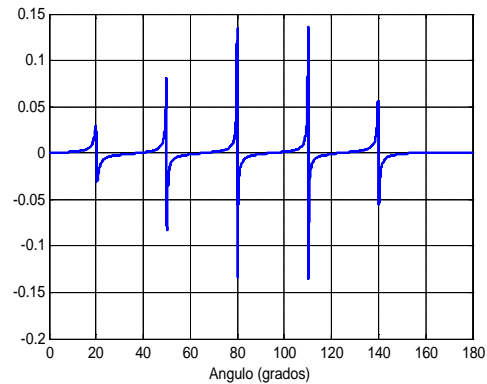


Fig. 6. Cruces por cero con $L=5$, $M=8$, $SNR=0db$, $N=20$

Tabla 2. Variación del error relativo en función de la SNR.

	Dirección Real	Dirección Calculada	Error Relativo
Usuario 1	20.000	19.685	-0.315
Usuario 2	50.000	49.905	-0.095
Usuario 3	80.000	79.975	-0.025
Usuario 4	110.000	109.835	-0.165
Usuario 5	140.000	139.795	-0.205

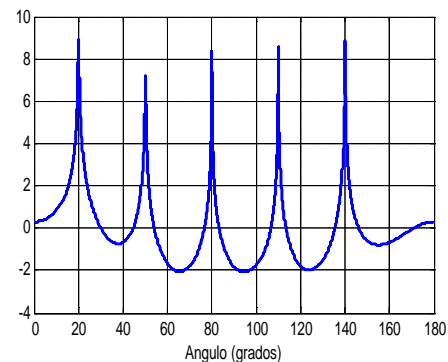


Fig. 7. Espectro MUSIC con $L=5$, $M=8$, $SNR=0db$, $N=100$

Sin embargo, vamos a ver que si se tiene un sistema que pueda emplear un número mayor de muestras, las direcciones de arriba con mínimo de error podrán evitarse al incrementar el número de muestras:

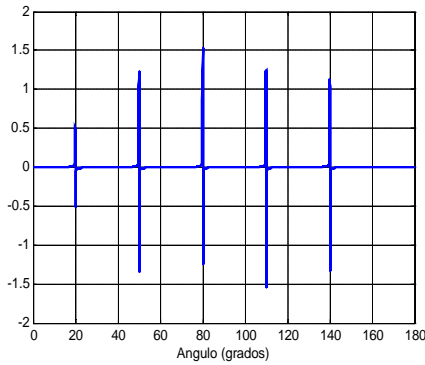


Fig. 8. Cruces por cero con $L=5$, $M=8$, $SNR=0db$, $N=100$

Nótese que los picos en la figura 7, son un poco más altos que los de la figura 5, y que los cruces por cero están mejor definidos en la figura 8, lo cual conduce a unos buenos resultados en la tabla 3, donde el error se minimizó aumentando el valor de las muestras (N).

Tabla 3. Mejora en los valores del Error Relativo por incremento en las muestras.

	Dirección Real	Dirección Calculada	Error Relativo
Usuario 1	20.000	20.085	0.085
Usuario 2	50.000	50.025	0.025
Usuario 3	80.000	80.005	0.005
Usuario 4	110.000	110.035	0.035
Usuario 5	140.000	140.015	0.015

En la tabla 3 se observa que si tiene una $SNR = 0dB$, podemos aumentar el parámetro N para reducir el error en el cálculo de las posiciones.

Ahora, se hará la simulación con veinte (20) elementos en el arreglo de antenas, $SNR = 20dB$ y ocho (8) usuarios, ubicados a 20, 40, 60, 80, 90, 110, 130 y 160 grados:

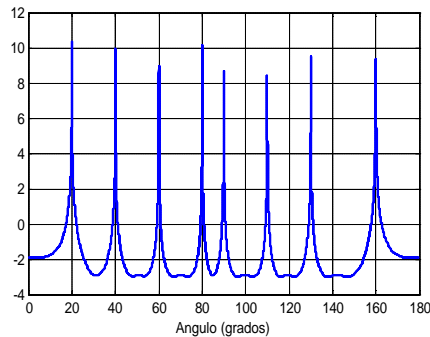


Fig. 9. Espectro MUSIC con $L=8$, $M=20$, $SNR=15dB$

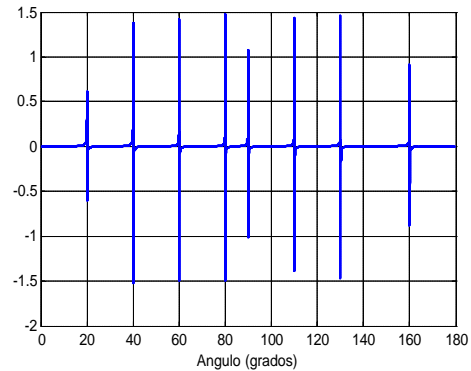


Fig. 10. Cruces por cero con $L=8$, $M=20$, $SNR=15dB$

Se puede notar que el algoritmo no tiene inconvenientes al detectar a los ocho (8) usuarios y según la tabla 4, el error al calcular los cruces por cero del Espectro MUSIC, con pequeños.

Tabla 4. Detección para ocho usuarios y Error Relativo.

	Dirección Real	Dirección Calculada	Error Relativo
Usuario 1	20.000	20.075	0.075
Usuario 2	40.000	39.995	0.005
Usuario 3	60.000	60.015	0.015
Usuario 4	80.000	80.015	0.015
Usuario 5	90.000	90.025	0.025
Usuario 6	110.000	110.035	0.035
Usuario 7	130.000	130.025	0.025
Usuario 8	160.000	160.065	0.065

Ahora, se hará la simulación, teniendo a 3 usuarios con ángulo de separación de 2 grados, ubicados a 20, 40, 60, 80, 82, 84, 130 y 160 grados, y $N = 20$.

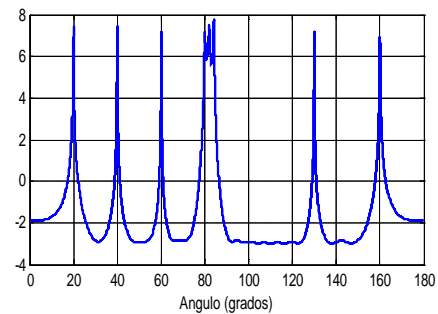


Fig. 11. Espectro MUSIC con $L=8$, $M=20$, $SNR=15dB$

En las figuras 11 y 12 no se distinguen muy bien los 3 usuarios más cercanos, pero puede verse en la tabla 5, que el error al calcular la dirección de arriba es pequeño.

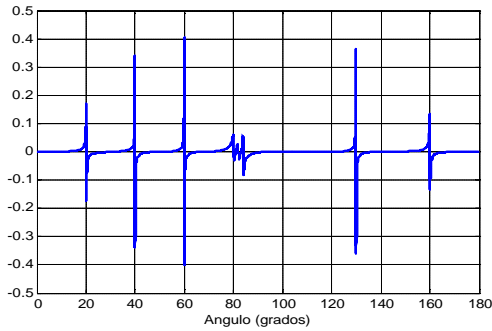


Fig. 12. Cruces por cero con $L=8$, $M=20$, $SNR=15dB$.

Tabla 5. Optimización del Error Relativo a través de realimentación del algoritmo.

	Dirección Real	Dirección Calculada	Error Relativo
Usuario 1	20.000	20.005	0.005
Usuario 2	40.000	39.005	0.005
Usuario 3	60.000	60.005	0.005
Usuario 4	80.000	80.055	0.055
Usuario 5	82.000	81.955	-0.045
Usuario 6	84.000	84.025	0.025
Usuario 7	130.000	130.005	0.005
Usuario 8	160.000	160.025	0.025

Es necesario aclarar que no se puede establecer dentro de la simulación la condición $M=L$, de acuerdo a la ecuación 16.

5. CONCLUSIONES

Según las simulaciones y las tablas presentadas, el Algoritmo MUSIC ha demostrado ser una herramienta bastante efectiva para los parámetros planteados, incluso en condiciones extremas; sin embargo, se hace necesario un estudio sobre las implicaciones que tiene el insinuante y lento decremento de la potencia entre los usuarios ubicados a diferentes ángulos, teniendo en cuenta la condición $M > L+1$.

Sería interesante para trabajos futuros, emplear otro tipo de geometría para el arreglo de antenas, ya sea circular, pentagonal y así poder aplicar este conocimiento a los sistemas actuales de comunicación, después de verificar el desempeño del algoritmo respecto a la detección de ángulo de arribo MUSIC.

A partir del funcionamiento del algoritmo MUSIC, se puede crear un sistema de antenas inteligentes, lo cual puede lograrse simulando uno o más usuarios moviéndose angularmente y por medio de un factor de arreglo establecer el patrón de radiación del sistema.

REFERENCIAS

- Constantine A. B., (2005). *Antenna Theory Analysis and Design*, Third Edition, Cap. 16, John Wiley & Sons New York.
- Frank B. G., (2005). *Smart Antennas for Wireless Communications with Matlab*, Cap. 7, McGraw Hill.
- Liberti J.C. y Rappaport T.S. (1999). *Smart Antennas for Wireless Communications: IS-95 and Third Generation CDMA Applications*, Prentice Hall.
- Lehne P. H. y Petersen M. (1999). *An overview of smart antenna technology for mobile communications systems*. IEEE Communications Surveys, Vol. 2, No. 4.
- Shubair R.M, Mahmoud A. y Jassim M. S. (2007). *A Setup for the Evaluation of MUSIC and LMS Algorithms for a Smart Antenna System*, Journal of Communications, Vol. 2, No. 4.
- Rong, Z. (1996). *Simulation of Adaptive Array Algorithms for CDMA Systems*. Tesis para el Grado de Master of Science, Virginia Polytechnic Institute and State University, Blacksburg.