ISSN: 1692-7257 - Volumen 1 - Número 17 - Año 2011
Revista Colombiana de
Tecnologías de Avanzada

Recibido: 26 de octubre de 2010
Aceptado: 29 de noviembre de 2010

COMPUTACIONAL PERFORMANCE COMPARISON OF GENETIC ALGORITHM OF CHU-BEASLEY AND ANT COLONY ALGORITHM IN THE SOLUTION OF P-CENTDIAN PROBLEM

COMPARACIÓN DEL DESEMPEÑO COMPUTACIONAL DE LOS ALGORITMOS GENÉTICO DE CHU-BEASLEY Y COLONIA DE HORMIGAS EN LA SOLUCIÓN DEL PROBLEMA DE P-CENTDIANA

Ing. César Adrian Muñoz, PhD. Ramón A. Gallego
MSc. Eliana Mirledy Toro

Universidad Tecnológica de Pereira.
Vereda La Julita, Pereira, Risaralda, Colombia
Tel.: 57-6-3137205, Fax: 57-6-3137122
E-mail: {ceadmunoz, ragr, elianam}@utp.edu.co

Abstract: The P-centdian is a location problem with large application in daily life and also an important line of research. Some of its applications are: location of service entities, telecommunication repeater antennas, power distribution system transformers, communications equipment for the command remote control and switching devices, among others. In this paper the general problem of the P-centdian is presented as well as its mathematical model and the coding used in its solution. It also describes the implemented combinatorial optimization techniques (Genetic Algorithm of Chu-Beasley and Ant Colony Algorithm) that are used to solve the mentioned problem. Finally, the performance of these methods is assessed through the evaluation of a test case with low and high mathematical complexity.

Keywords: Ant Colony Algorithm, Genetic Algorithm of Chu-Beasley, combinatorial optimization, metaheuristics, P-centdian.

Resumen: La P-centdiana es un problema de localización de gran aplicabilidad en la vida diaria que constituye una importante línea de investigación. Entre las aplicaciones se tienen: localización de entidades de servicio, antenas repetidoras de telecomunicaciones, transformadores en sistemas de distribución de energía eléctrica, equipos de comunicaciones para el comando a distancia de dispositivos de control y maniobra, entre otros. En este trabajo se presenta el problema general de la P-centdiana así como el modelo matemático que lo representa y la codificación empleada en su solución. También se describen las técnicas de optimización combinatorial implementadas (Algoritmo Genético de Chu-Beasley y Algoritmo Colonia de Hormigas) a partir de las cuales se resuelve dicho problema. Finalmente, a través de la evaluación de un caso de prueba de baja y alta complejidad matemática se analiza el desempeño de dichos métodos.

Palabras clave: Algoritmo Colonia de Hormigas, Algoritmo Genético de Chu-Beasley, metaheurísticas, optimización combinatorial, P-centdiana.

1. INTRODUCCIÓN

Los problemas de localización son clásicos en la investigación de operaciones. A través de la resolución de estos se pretende establecer la mejor ubicación para un conjunto de nodos o centros de servicio. Estos pueden ser tratados como un problema de localización sobre redes donde no todos los nodos de demanda tienen conexión directa con los nodos de servicio, o como un problema de localización general donde no existen restricciones para las conexiones entre dichos nodos.

Para resolver los problemas de localización de manera general o sobre redes se han empleado dos modelos básicos, planteados por primera vez en 1964 por Hakimi [1]. Estos dos modelos son P-mediana y P-centro. El problema de la P-mediana consiste en determinar la ubicación de P centros de servicio de forma que se minimice la distancia total (o media) ponderada recorrida para atender toda la demanda; por otra parte, el problema del P-centro trata de encontrar la localización de P centros de servicio de forma que se minimice la máxima distancia entre un punto demanda y su centro de servicio más próximo.

El objetivo del problema de la P-mediana hace que sea eficiente pero no equitativo, mientras que la cota implícita en el problema del P-centro lo convierte en equitativo pero no eficiente. Para combinar ambos aspectos, aparece en la década de los 70's un nuevo problema denominado P-centdiana, formulado por Halpern [2], cuya función objetivo es una mezcla de las dos anteriores.

En la solución de este problema se pretende encontrar un único centro de servicio con el objetivo de combinar la eficiencia de la localización con la equidad. Este objetivo queda reflejado matemáticamente mediante una combinación convexa entre la función objetivo de la P-mediana y la del P-centro.

A partir de la solución de este problema se obtienen múltiples aplicaciones, dentro de las que están la localización de entidades de servicio como bancos, escuelas, centros de recaudo, además de la localización de antenas repetidoras de telecomunicaciones, y en redes eléctricas en la localización de subestaciones nuevas en sistemas de distribución y la ubicación de transformadores en la red de nivel de tensión I y como tema de creciente interés en la ubicación de equipos de comunicaciones para el comando a distancia de dispositivos de control y maniobra como reconectadores.

Al igual que para los problemas de P-mediana y P-centro, no se cuenta con un algoritmo de orden polinomial para resolver el problema de la P-centdiana, por lo que se torna un problema NP completo de difícil solución. Por tal razón, en la literatura especializada, este problema ha sido enfrentado usualmente a través de técnicas heurísticas y/o metaheurísticas debido a la dimensionalidad y la explosión combinatorial que se presenta al incluir un centro adicional en el problema.

Algunos autores han intentado resolver el problema a través de la reformulación del modelo y empleando técnicas de enumeración exhaustiva [3], obteniendo buenos resultados para problemas de baja complejidad matemática, sin embargo para problemas complejos no se logra convergencia. Otros han realizado estudios comparativos de técnicas heurísticas [4] para dar solución al problema, encontrando que para problemas complejos se alcanza una respuesta de baja calidad.

En este trabajo se resuelve el problema de P-centdiana de forma general, usando los métodos de optimización combinatorial Algoritmo Genético de Chu-Beasley y Algoritmo Colonia de Hormigas, con el objetivo de comparar su desempeño computacional. Esta comparación es hecha con base en la calidad de la respuesta y el tiempo de cómputo, obtenidos de la evaluación de un problema de alta y baja complejidad matemática y para diferentes valores del parámetro de decisión l .

2. DESCRIPCIÓN DEL PROBLEMA

Los problemas de localización en su forma más general consisten en determinar la ubicación para un conjunto de centros de servicio de manera que se satisfagan las necesidades de unos usuarios. El parámetro ***P*** determina la cantidad de centros de servicio a ubicar. Tanto los clientes como los centros de servicio están espacialmente distribuidos. Se puede utilizar una representación espacial discreta o de red. Se asume que los costos fijos para el emplazamiento de las instalaciones son idénticos y por lo tanto no son tomados en cuenta en la formulación del problema. Finalmente, el objetivo que se busca a través de la P-centdiana consiste en determinar cuáles de los posibles centros de servicio ubicar, de manera que la solución sea tanto equitativa como eficiente.

3. PLANTEAMIENTO DEL MODELO

Para resolver el problema de localización a través de la P-centdiana se busca satisfacer dos objetivos en conjunto, el de la P-mediana y el del P-centro, por medio de la combinación convexa de estos.

Sea:
$N=\{1,...n\}$ el conjunto de índices para los clientes.
$J=\{1,...n\}$ el conjunto de índices para las localizaciones potenciales de los centros.
Para cada $(i,j), i\in N, j\in J$ sea C_{ij} el costo de asignación del cliente i al centro de servicio ubicado en la localización j.

Se definen las siguientes variables de decisión:

- Y_{ij}. Tomará el valor de 1 si se ubica el centro en la localización $j\in J$ y de 0 en otro caso.
- X_{ij} Tomará el valor de 1 Si el cliente $i\in N$ se asigna al centro ubicado en la localización $j\in J$ y de 0 en otro caso.

El problema de la P-mediana es encontrar el conjunto X^*, con $|X^*|=P$, que minimiza la función objetivo:

$$f_m=\sum_{i\in N}\sum_{j\in J}C_{ij}X_{ij}$$

El problema del P-centro es encontrar el conjunto X^*, con $|X^*|=P$, que minimiza la función objetivo:

$$f_c=\max\left(C_{ij}X_{ij}\right)$$

Esta función objetivo representa la máxima distancia entre un nodo de demanda y el nodo de servicio asociado.

El problema de la P-centdiana es encontrar el conjunto X^*, con $|X^*|=P$, que minimiza la función objetivo para un l dado, $0\le l\le 1$:

$$f_l=l\cdot f_m+(1-l)\cdot f_c$$

El problema de la P-centdiana puede formularse de la siguiente manera.

$$\min\left(l\cdot f_m+(1-l)\cdot f_c\right) \tag{1}$$

Sujeto a:

$$\sum_{j\in J}X_{ij}=1,\quad \forall i\in N \tag{2}$$

$$\sum_{j\in J}Y_j=P \tag{3}$$

$$X_{ij}\le Y_j,\quad \forall i\in N,\ j\in J \tag{4}$$

$$X_{ij}\in\{0,1\}\ \forall i\in N,\quad Y_j\in\{0,1\}\ \forall j\in J \tag{5}$$

Las restricciones (2) aseguran que cada cliente es asignado a un único centro.

La restricción (3) garantiza que se seleccionen exactamente P localizaciones para los centros.

Las restricciones (4) aseguran que los clientes se asignen a una mediana sólo si ésta ha sido seleccionada.

Finalmente, el conjunto de restricciones (5) especifica que todas las variables de decisión son binarias.

4. METODOLOGÍA DE SOLUCIÓN

4.1 Codificación

La codificación adoptada es la siguiente:

P1	P2	P3	…	Pj
1	0	0	…	1

Donde P_j representa el centro de servicio, y su valor representa si el nodo asociado se ubica o no.

Esta codificación permite controlar el número de centros a ubicar a través del parámetro ***P***.

De acuerdo con la experiencia en el estudio de este tipo de problemas, la codificación adoptada es adecuada ya que se pueden incluir implícitamente algunas restricciones y facilita el manejo explicito de otras.

4.2 Cálculo de la Función Objetivo

Tal como se describe en la formulación matemática, la función objetivo consiste en una combinación convexa entre la función objetivo de la P-mediana y la del P-centro, para lo cual se utiliza un parámetro l.

Para este problema, los costos C_{ij} asociados a cada usuario y su centro, son obtenidos a partir de la distancia entre estos. En este trabajo al igual que lo han hecho diversos autores, el cálculo de la función objetivo de cada problema (P-mediana y P-centro) se hace empleando la norma Euclídea.

4.3 Algoritmos Implementados

Debido a la característica combinatorial de este problema y por ser considerado como NP-Difícil, se propone resolverlo a través de técnicas metaheurísticas como el Algoritmo Genético Modificado de Chu-Beasley AGCB y el Algoritmo Colonia de Hormigas ACH.

La estrategia empleada por estas técnicas metaheurísticas se basa en proponer alternativas de solución, y a través del proceso evolutivo ir encontrando soluciones de mejor calidad hasta encontrar la que optimice el problema tratado.

Para ambos métodos, la generación de la población inicial es de carácter netamente aleatoria dado que no se cuenta con factores de sensibilidad que guíen este proceso y generen individuos iniciales de buena calidad. Para la generación de esta población inicial se controla la factibilidad respecto a la restricción del número máximo de centros de servicio propuestos, además de la diversidad de los individuos.

4.3.1 Algoritmo Genético de Chu-Beasley

El AGCB [5] es una versión modificada del algoritmo genético básico basado en la genética presente en la naturaleza. La característica fundamental del AGCB consiste en mantener durante todo el proceso, la diversidad de los individuos que conforman la población. En cada generación, solo un individuo es reemplazado, siempre y cuando, se cumplan con las condiciones de optimalidad, diversidad y/o factibilidad establecidas.

El proceso evolutivo del AGCB se desarrolla de la forma clásica a través de los procesos de selección, recombinación y mutación.

La selección se realiza a través de dos torneos, en los cuales se determinan los padres que podrán pasar sus genes a la siguiente generación.

Para *la recombinación* se realiza recombinación de un punto, donde los cromosomas de los padres se comparten para generar dos nuevos individuos candidatos. En este proceso debe ser controlada la factibilidad respecto al máximo número de centros candidatos. Al final del proceso sólo el nuevo individuo con mejor función objetivo sigue el proceso.

Para *la mutación* se emplea una tasa que es ajustable dentro de los parámetros generales del algoritmo. Si se cumple el criterio para realizar mutación, esta se ejecuta alterando alguno de los alelos de forma aleatoria. En esta etapa se controla nuevamente la factibilidad respecto a la restricción del número máximo de medianas.

Finalmente se tienen dos criterios de *aceptación*. Si el nuevo individuo es mejor que el individuo de peor calidad este se reemplaza directamente, sino se emplea una tasa de aceptación en la que se le da una oportunidad de pasar a la siguiente generación. En esta etapa además se evalúa la diversidad, chequeando que no haya individuos idénticos en la población.

4.3.2 Algoritmo Colonia de Hormigas

El ACH [5] es basado en el comportamiento que muestran las hormigas en su entorno natural y en la capacidad que poseen para encontrar el alimento a través de la exploración de sus individuos y la comunicación indirecta a través de los rastros de feromona.

El proceso evolutivo del algoritmo se desarrolla de la forma clásica, donde la colonia es guiada por la feromona en el proceso de búsqueda. Esta feromona es generada a partir de la información suministrada por el individuo de mejor calidad durante la colonización, simulando un comportamiento de hormigas elitistas.

A partir de la población de hormigas (conjunto de alternativas de solución) se selecciona aquella de mejor calidad (mejor función objetivo) y mediante el proceso iterativo del algoritmo la feromona va siendo actualizada a partir de la información que suministra dicha hormiga.

Para el proceso de *depósito de la feromona* se emplea una tasa la cual indica la cantidad de feromona que deja el mejor individuo en cada iteración.

Para evitar el estancamiento del proceso en soluciones de baja calidad, se ejecuta el proceso de *evaporación de la feromona* de forma global, empleando una tasa de evaporación la cual indica la velocidad con la que se va perdiendo el rastro de feromona.

Finalmente, para la obtención de la nueva población de hormigas, se acude a un proceso probabilístico y a la información contenida en la feromona ya actualizada. Los nuevos individuos caminan en la dirección dada por la feromona.

Al igual que en el caso ya descrito del AGCB, la factibilidad debe ser controlada respecto a la restricción del número máximo de medianas.

5. ANÁLISIS DE RESULTADOS

Con el fin de validar los métodos implementados y comparar su desempeño computacional se evalúa un caso de prueba en el cual la información de los posibles centros y los puntos de consumo son generados de forma aleatoria a partir de una distribución de probabilidad uniforme. Esta información describe la ubicación espacial de las P-centdianas candidatas y los centros de consumo.

El caso de prueba consiste en 600 nodos de consumo y 200 centros de servicio candidatos, para el cual se debe ubicar de forma óptima un número de centros de servicio P definido previamente y basado en algún criterio, por ejemplo económico.

Para el análisis se evalúa el caso de prueba asumiendo P=3 y P=20 centdianas a ubicar de las 200 posibles, para los casos de baja y alta complejidad matemática respectivamente. Estos dos casos resultantes son evaluados para diferentes valores del parámetro de decisión l .

Dentro de la descripción del problema se planteó que el objetivo es establecer la mejor ubicación de P centros de servicio para suplir una demanda o necesidad de tal forma que se minimice la combinación convexa de dos objetivos a partir de la definición de un parámetro de decisión l , de forma que se obtenga una solución eficiente, pero equitativa.

5.1 Caso 1. P=3 centros de servicio a ubicar

En la tabla 1 se pueden ver los resultados de los nodos seleccionados, la función objetivo obtenida y los tiempos computacionales de cada uno de los métodos implementados para este caso de prueba y para valores del parámetro l entre 0 y 1.

Tabla 1. Resultados para P=3

l	Nodos Solución	FO	AGCB Tiempo [s]	ACH Tiempo [s]
0.0	26 95 182	4.118E+03	946.55	11179.40
0.1	26 95 182	3.708E+03	561.85	9979.20
0.2	26 95 182	3.298E+03	505.90	9950.40
0.3	26 95 182	2.888E+03	401.43	8779.00
0.4	26 95 182	2.478E+03	400.61	8680.20
0.5	26 95 182	2.068E+03	409.26	9234.20
0.6	26 95 182	1.658E+03	381.32	8001.00
0.7	26 73 102	1.248E+03	309.38	7284.80
0.8	26 73 102	8.370E+02	311.68	6582.40
0.9	26 73 102	4.263E+02	310.65	10576.00
1.0	34 63 90	1.493E+01	366.35	9003.00

Estas soluciones encontradas son las que menor costo total generan, siendo la función objetivo FO la combinación convexa de los objetivos de la P-mediana y el P-centro. Las soluciones presentadas en la columna 2 corresponden a los nodos que deben ser emplazados producto de la solución del problema. Ambos métodos alcanzan la misma respuesta, pero con tiempos de cómputo diferentes.

De estos resultados se pueden ver las tres categorías de soluciones, para las cuales se tienen los resultados de la P-mediana con valores de l entre 0 y 0.6; los resultados de la P-centdiana para valores de l entre 0.7 y 0.9, y los resultados del P-centro para el valor de l igual a 1.

De la tabla 1 se puede notar también la variación del valor de la función objetivo, pues este depende del valor que se le asigne al parámetro l el cual le da mayor o menor prelación a una de las dos funciones objetivos. Además es de notar que el valor de la función de la P-mediana (l =0) es mayor en magnitud que el valor de la función del P-centro (l =1).

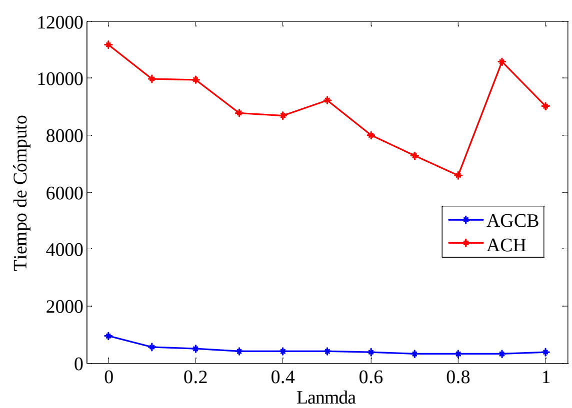

Fig. 2. Comparación del desempeño computacional.

También se puede notar la diferencia y variación de los tiempos de cómputo de cada método implementado. En la figura 2 se ilustra el comportamiento de cada uno de estos respecto al valor de l. De los resultados mostrados en la figura 2 se puede notar la diferencia en el rendimiento de ambos métodos, donde el AGCB presenta menores tiempos de cómputo para el mismo caso de análisis.

5.2 Caso 2. P=20 centros de servicio a ubicar

Al igual que en el caso anterior, se presentan los resultados computacionales obtenidos para cada valor del parámetro l y para el caso de prueba con 20 centros de servicio a ubicar. Estos se muestran en la tabla 2.

Tabla 2. Resultados para P=20

l	FO	AGCB Tiempo [s]	ACH Tiempo [s]
0.0	1.489E+03	1092.08	18613.00
0.1	1.354E+03	800.92	18032.50
0.2	1.192E+03	1036.72	18064.00
0.3	1.043E+03	1056.22	17972.00
0.4	8.885E+02	1176.06	18121.50
0.5	7.436E+02	885.26	18099.50
0.6	5.917E+02	939.46	18160.00
0.7	4.457E+02	1052.82	17809.00
0.8	2.985E+02	951.37	18082.00
0.9	1.525E+02	1115.21	18244.00
1.0	5.000E+00	1064.29	18023.00

De estos resultados se puede ver que los tiempos de cómputo para el método AGCB son ligeramente mayores respecto al caso anterior, mientras que para el ACH estos tiempos son mucho mayores. Los resultados son mostrados gráficamente en la figura 3.

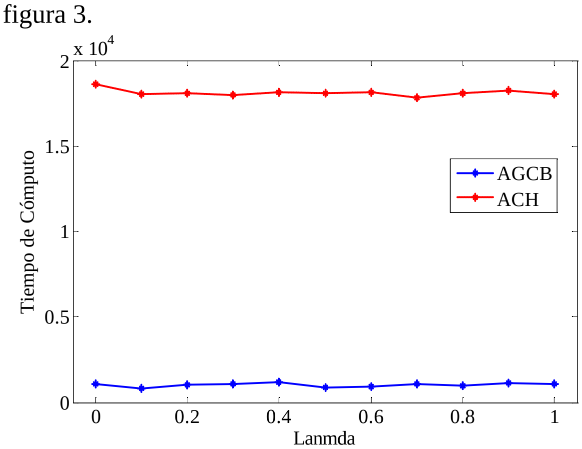

Fig. 3. Comparación del desempeño computacional.

Para este caso con P=20, se puede ver en la figura anterior que los tiempos son más uniformes para ambos métodos, es decir, las variaciones del tiempo de cómputo entre cada valor de l son menores.

6. CONCLUSIONES

Fue resuelto el problema de la P-centdianas para diferentes valores del parámetro de decisión l y para un caso de prueba con baja y alta complejidad matemática, a través de la implementación de los algoritmos de optimización combinatorial AGCB y el ACH, obteniendo resultados que permiten establecer el desempeño de cada uno de los métodos.

Fue posible determinar de forma clara que el AGCB presenta un mejor desempeño que el ACH, ya que sin importar el tamaño o la complejidad matemática del problema, este es capaz de encontrar soluciones de muy buena calidad y con tiempos computacionales aceptables. Además se nota que estos resultados son independientes del valor del parámetro l.

La codificación usada para la solución del problema es eficiente, ya que simplifica su solución al incorporar de manera implícita algunas de las restricciones y permite calcular rápidamente la función objetivo.

El modelo estudiado es aplicable en muchas de las situaciones de la vida real en donde se requiera que la solución sea además de eficiente equitativa, como es el caso de ubicación de centros de salud, de centros de atención inmediata de la policía CAI.

La aplicación de este problema en Redes Eléctricas tiene más significado, ya que se puede plantear una situación en la cual la solución sea eficiente desde el punto de vista económico y además equitativo desde el punto de vista operativo.

REFERENCIAS

[1]. S. L. Hakimi. “Optimum Locations of Switching Centers and the Absolute Centers and Medians of a Graph”. Operations Research, Vol. 12, No. 3, pp. 450-459, (May - Jun., 1964).

[2]. Halpern, J. “The location of a center-median convex combination on an undirected tree”, Journal of Regional Science, vol. 16, pp. 237-245, (1976).

[3]. M.J. Canós; M. Martínez y M. Mocholí. “Un modelo de programación binaria mixta para el problema generalizado de la p-centdiana”, Actas de las X Jornadas de ASEPUMA, Madrid. (2002).

[4]. M. J. Canós; M. Martínez y M. Mocholí. “Comparación de métodos heurísticos para el problema generalizado de la p-centdiana”. XV Jornadas de ASEPUMA y III Encuentro Internacional. 2007.

[5]. Ramón A. Gallego, Antonio Escobar, Eliana M. Toro. “Técnicas Metaheurísticas de Optimización”. Texto Universitario Universidad Tecnológica de Pereira. 2008.