ISSN: 1692-7257 - Volumen 1 – Número 31 - 2018

Revista Colombiana de Tecnologías de Avanzada

DOI: https://doi.org/10.24054/16927257.v31.n31.2018.2774

Recibido: 12 de mes de octubre2017
Aceptado: 2 de diciembre de 2017

SOLUTION OF MDVRP USING ITERATED LOCAL SEARCH ALGORITHM

SOLUCIÓN DEL MDVRP USANDO EL ALGORITMO DE BÚSQUEDA LOCAL ITERADA

MSc. Daniela Ospina-Toro[*], PhD. Eliana Mirledy Toro-Ocampo[**], PhD. Ramón Alfonso Gallego-Rendón [***]

[*, **] **Universidad Tecnológica de Pereira,** Facultad de Ingeniería Industrial, GAOPE.
Carrera 27 #10-02 Barrio Alamos – Pereira-Risaralda - Colombia - AA: 97 PBX: +57 6 3137205 - Fax: +57 6 3213206.
E-mail: {dospina, elianam}@ utp.edu.co.
*** Universidad Tecnológica de Pereira**ra,** Facultad de Ingenierías, Programa de Ingeniería Eléctrica, Planeamiento en sistemas eléctricos.
Carrera 27 #10-02 Barrio Alamos -Pereira- Risaralda - Colombia - AA: 97 PBX: +57 6 3137300 - Fax: +57 6 3213206..
E-mail: ragr@utp.edu.co.

Abstract: In this article, a methodology is proposed to solve the Multiple Depot Vehicle Routing Problem (MDVRP). The model contemplates situations with and without involving distance constraints. During the search process, unfeasible solutions considering the overload of vehicles, depots and route length, which are carried as penalties in the objective function. For its solution, the Iterated Local Search (ILS) algorithm is implemented. To build the initial solution, clustering techniques based on heuristics are utilized. The methodology is verified using benchmark instances and the results obtained and the computation times are compared with existent registers.

Keywords: clusterization, heuristics, ILS, infeasibility, MDVRP.

Resumen: En este artículo se propone una metodología para resolver el problema de ruteo considerando múltiples depósitos (MDVRP). El modelo contempla situaciones con y sin restricción de distancia. En el proceso de búsqueda se aceptan soluciones infactibles por sobrecarga en vehículos, depósitos y longitud de ruta, las cuales son llevadas como penalidades en la función objetivo. Para su solución es implementado el algoritmo de Búsqueda Local Iterada (*Iterated Local Search*). En la construcción de la solución inicial se usan heurísticas basadas en técnicas de clusterización. La metodología es verificada usando casos de prueba de la literatura, los resultados obtenidos y tiempos de cómputo son comparados con los registros existentes.

Palabras clave: clusterización, heurísticas, ILS, infactibilidad, MDVRP.

1. INTRODUCCIÓN

El problema de ruteo de vehículos considerando múltiples depósitos, *Multi-Depot Vehicle Routing Problem* (MDVRP) es de gran aplicación en empresas de distribución de mercancías, así como en las de logística que cuentan con más de un depósito para atender a sus clientes. En este problema se tiene un conjunto de m depósitos y *n* clientes. Cada cliente debe ser atendido por un único vehículo, el cual debe empezar y finalizar su ruta en el mismo depósito. Se conoce la información de demanda de los clientes y la capacidad de los depósitos. Los despachos desde los depósitos no deben de exceder la capacidad disponible y las rutas programadas no deben exceder la capacidad del vehículo asignado. El MDVRP es un problema NP-Duro que debe ser resuelto mediante técnicas metaheurísticas como GRASP (Álvarez, Toro & Gallego, 2010), Algortimo Genético (Araque, Diaz & Gualdrón, 2013), Recocido Simulado (Araque, Rodriguez, Guerrero, 2017). El objetivo al resolver el MDVRP es encontrar un conjunto de rutas que atienda todos los clientes con las condiciones descritas y todo a costo mínimo. La primera técnica desarrollada para resolver el MDVRP se basó en la heurística de ahorros (Clarke & Wright, 1964), adaptada al MDVRP (Tillman, 1969). En (Tillman & Cain, 1972) se presenta una modificación de la metodología planteada en ((Tillman, 1969), estas propuestas se basan en heurísticas constructivas y no consideran una fase de post-optimización. La heurística de Barrido (swap) se ha propuesto como estrategia para resolver el MDVRP, (Wren & Holliday, 1972; Gillett & Johnson, 1976). En (Wren & Holliday, 1972) se asigna inicialmente cada cliente al depósito más cercano, usando como referencia el eje formado entre su ángulo polar con respecto al depósito. Posteriormente, se lleva a cabo una reasignación de los clientes a los depósitos. Los resultados son reportados sobre dos problemas con dos depósitos y hasta 176 clientes. En Gillett & Johnson (Gillett & Johnson, 1976) se propone una agrupación de los clientes en clústeres compactos y disjuntos. Se generan problemas de ruteo, *Vehicle Routing Problems* (VRPs) independientes, cuyos clientes son asignados a los depósitos usando el algoritmo de barrido (Gillett & Miller, 1974). Los autores validan la metodología usando las instancias propuestas en (Christofides & Eilon 1998) y además plantean cuatro problemas nuevos donde se consideran 249 clientes y entre 2 y 5 depósitos.

En Golden, Magnanti, & Nguyen (Golden, Magnanti, & Nguyen,1977), Inicialmente los clientes son asignados a los depósitos y de forma separada se resuelve un VRP para cada depósito, posteriormente se realiza una fase de mejoramiento. Los resultados reportados consideran instancias de hasta 100 clientes y 4 depósitos. En Wasil & Golden (Wasil & Golden, 1993) se desarrolla una heurística de múltiples fases que usa procedimientos basados en el algoritmo de grabado-grabado (Dueck, 1993), el cual permite deterioros de la solución actual, combinado con la heurística 2-opt (Lin,1965). Renaud, Laporte & Boctor (Renaud, Laporte, & Boctor, 1996) describen el algoritmo de Búsqueda Tabú adaptado al MDVRP. El algoritmo contiene dos partes: (1) Construcción de la solución inicial usando la heurística de mejoramiento de pétalos propuesta por Renaud, Boctor, & Laporte (Renaud, Boctor, & Laporte, 1996) y (2) El algoritmo de Búsqueda Tabú en una etapa de mejoramiento, usando movimientos como 4-opt (Gillett & Miller, 1974), lambda-Intercambio, entre otros. Comparan los resultados obtenidos con (Gillett & Johnson, 1976; Wasil & Golden, 1993) donde presentan mejores tiempos en 19 de las 23 instancias consideradas.

En Cordeau, Gendreau, & Laporte (Cordeau, Gendreau, & Laporte, 1997) se propone un algoritmo Búsqueda Tabú de dos fases. En la fase 1 se construye una solución inicial como en el TABUROUTE (Gendreau, Hertz & Laporte, 1994), las soluciones infactibles son permitidas en el proceso de búsqueda. En la fase 2 se consideran movimientos tabú con valores constantes, no se aplican re-optimizaciones periódicas y no se realiza fase de intensificación. Los resultados computacionales superan los presentados en (Gillett & Johnson, 1976; Wasil & Golden, 1993). En Salhi, & Sari (Salhi, & Sari, 1997) se usa una heurística multinivel reforzadas con dos pruebas de reducción, las cuales hacen la heurística más rápida comparada con otras heurísticas sin afectar de forma drástica la calidad de las soluciones. Dos algoritmos híbridos genéticos (HGA1 y HGA2) son desarrollados por Ho et al. (Ho, Ho, Ji, & Lau, 2008). La mayor diferencia entre los HGAs está dada en la solución inicial, ya que para el HGA1 se hace de forma aleatoria y para el HGA2 se utilizan el algoritmo de ahorros y la heurística del vecino más cercano. El desempeño de los HGAs es evaluado usando dos casos de prueba que los autores generan aleatoriamente considerando 2 depósitos con 50 y 100 clientes. En Surekha & Sumathi (Surekha & Sumathi,2011) se resuelve el MDVRP a través de un algoritmo genético, los clientes se agrupan con base en la distancia al depósito más cercano y luego se realiza el ruteo usando el algoritmo de ahorros, las rutas son secuenciadas y optimizadas usando el algoritmo genético. La metodología es verificada con cinco instancias tomadas de Cordeau, Gendreau, & Laporte, (Cordeau, Gendreau, & Laporte, 1997).

En Vidal et al. (Vidal, Crainic, Gendreau, Lahrichi, & Rei, 2012) se plantea una metodología aplicable a diferentes variantes de VRP basada en programación dinámica para evaluar de forma eficiente los vecindarios, combinando una secuencia basada en movimientos con una elección óptima de vehículos y depósitos. Estos conceptos se usan en dos metaheurísticas, un algoritmo de búsqueda local iterada (del inglés, *Iterated Local Search* -ILS) y un algoritmo genético hibrido. Con esta metodología se superan todas las respuestas de la literatura reportadas hasta la fecha.

En cuanto a la solución del MDVRP con métodos exactos la literatura es más limitada debido a la complejidad computacional del problema. En Laporte, Nobert, & Arpin (Laporte, Nobert,& Arpin,1984) se propone un algoritmo de ramificación y acotamiento (Branch and Bound) para el caso simétrico del MDVRP y posteriormente se presenta un algoritmo para resolver el caso asimétrico (Laporte, Nobert, & Taillefer, 1988). En Baldacci, & Mingozzi (Baldacci, & Mingozzi, 2009) se propone una estrategia basada en conceptos de acotamiento, relajación del problema lineal y relajación lagrangeana aplicada a la formulación matemática del problema. La metodología se valida resolviendo instancias tomadas de Cordeau, Gendreau, & Laporte (Cordeau, Gendreau, & Laporte, 1997), considerando hasta 160 clientes y 5 depósitos. Contardo & Martinelli (Contardo & Martinelli, 2014) presentan un algoritmo exacto bajo restricciones de capacidad y longitud de ruta. El MDVRP es formulado usando el flujo vehicular y una formulación de conjuntos (*set-partitioning formulation*) las cuales son explotadas en diferentes etapas del algoritmo. Validan la metodología propuesta con los casos propuestos en Cordeau, Gendreau, & Laporte (Cordeau, Gendreau, & Laporte, 1997).

En este artículo se propone un algoritmo para resolver el MDVRP en el que las soluciones iniciales son conformadas usando heurísticas de clusterización, el proceso de optimización emplea estrategias combinadas de intensificación y diversificación, a través del uso del algoritmo VNS y esquemas de perturbación. Este último procedimiento involucra diferentes esquemas de vecindad que usan operadores del tipo inter e intra-ruta. El esquema de vecindad acepta infactibilidades por exceso de carga en vehículos, capacidad en depósitos y longitud de rutas. Estos excesos por infactibilidad, son llevados en cuenta en la función objetivo como factores de penalidad. El algoritmo es analizado usando instancias de la literatura, con resultados competitivos en lo que tiene que ver con tiempos de cómputo y calidad de las respuestas.

MODELO MATEMÁTICO DEL MDVRP.

En Kulkarni & Bhave (Kulkarni & Bhave, 1985) se plantea el MDVRP, representado por un grafo G= (V, E), donde V es el conjunto de nodos y E es el conjunto de arcos o aristas conectando cada par de nodos. El conjunto V es posteriormente particionado en dos subconjuntos: V_C= {v_1, v_2, ... v_N} conjunto de clientes a ser atendidos, y V_d= {v_{N+1}, v_{N+2}, ... , v_M} conjunto de depósitos. Cada cliente v_i ε V_C tiene una demanda no negativa d_i. Cada arco pertenece al conjunto E que tiene asociado un costo, distancia o tiempo de viaje c_{ij} .
Hay un total de K vehículos, cada uno con una capacidad Q_k. El problema consiste en determinar un conjunto de vehículos de tal manera que: 1) la ruta de cada vehículo debe iniciar y finalizar en el mismo depósito; 2) cada cliente es servido exactamente una vez por un vehículo; 3) el total de la demanda de cada ruta no debe exceder la capacidad del vehículo; 4) Los despachos desde un depósito no deben exceder su capacidad. Con base en esos conceptos se plantea el modelo matemático que es resuelto en esta propuesta.

$$\min \sum_{i\in I\cup J}\sum_{j\in I\cup J}\sum_{k\in K} c_{ij}x_{ij} + \alpha_{Dep}\sum_{i\in I}\Delta w_i + \alpha_{veh}\sum_{k\in K}\Delta Q_k + \alpha_{dist}\sum_{k\in K}\Delta V_k \tag{1}$$

Sujeto a:

$$\sum_{k\in K}\sum_{i\in I\cup J} x_{ijk} = 1 \qquad j\in J \tag{2}$$

$$\sum_{j\in J} d_j \sum_{i\in I\cup J} x_{ijk} \le Q_k \qquad k\in K \tag{3}$$

$$U_{lk} - U_{jk} + Nx_{ijk} \le N-1 \qquad l, j\in J, k\in K \tag{4}$$

$$\sum_{j\in I\cup J} x_{ijk} - \sum_{j\in I\cup J} x_{jik} = 0 \qquad k\in K, i\in I\cup J \tag{5}$$

$$\sum_{i\in I}\sum_{j\in J} x_{ijk} \le 1 \qquad k\in K \tag{6}$$

$$\sum_{j\in J} d_i z_{ij} \le w_i \qquad i\in I \tag{7}$$

$$-z_{ij} + \sum_{u\in I\cup J}(x_{iuk} + x_{ujk}) \le 1 \qquad i\in I, j\in J, k\in K \tag{8}$$

$$\sum_{i\in I\cup J}\sum_{i\in I\cup J} d_{ij}x_{ijk} \le V_k \qquad i\in I, j\in J, k\in K \tag{9}$$

$$x_{ijk} \in \{0,1\} \tag{10}$$

$$z_{ij} \in \{0,1\} \tag{11}$$

$$U_{lk} \ge 0 \tag{12}$$

La nomenclatura usada es la siguiente:

Conjuntos:

I	Conjunto de depósitos
J	Conjunto de clientes
K	Conjunto de vehículos

Parámetros:

N	Número de vehículos
M	Número de depósitos

cij	Distancia entre el nodo i y el nodo j
Wi	Capacidad del depósito i
dj	Demanda del consumidor j
QK	Capacidad de la ruta k
VK	Duración de la ruta k
α_{veh}	Penalidad por exceso de carga en el vehículo k
α_{Dep}	Penalidad por exceso de despacho desde los depósitos
α_{dist}	Penalidad por exceso de distancia recorrida del vehículo *k*

Variables de decisión:

x_{ijk}	Variable binaria que indica que *i* precede inmediatamente *j* en la ruta *k*.
z_{ij}	Variable binaria que define si el consumidor sobre el nodo *j* es atendido desde el depósito *i*.
U_{lk}	Variable auxiliar para eliminación de restricciones de sub-tours en la ruta *k*.
Δw_i	Infactibilidad por capacidad del depósito.
ΔQ_k	Infactibilidad por capacidad de vehículos
ΔV_k	Exceso en la longitud de la ruta. Si se considera como restricción la longitud.

L función objetivo (1) minimiza el total de la distancia de las rutas, además se considera tres funciones de penalidad relacionadas con los excesos en capacidad de los depósitos, capacidad de los vehículos y longitud de las rutas. La ecuación (2) establece que cada cliente ha sido asignado a una ruta. La ecuación (3) representa las restricciones de capacidad del conjunto de vehículos. Las restricciones de eliminación de Sub-tour son representadas por (4). Las restricciones de conservación de flujo están expresadas en (5). La ecuación (6) asegura que cada ruta puede ser servida al menos una vez. Las restricciones de capacidad asociadas a los depósitos están dadas por (7) y (8). La ecuación (9) especifica que un cliente puede ser asignado a un depósito únicamente si hay una ruta que inicia desde ese depósito a través de ese cliente. Las restricciones (10) y (11) definen la naturaleza de las variables x_{ijk}, z_{ij}. Finalmente, la restricción (12) define a U_{lk} como una variable continua positiva. Los factores de penalización se calculan utilizando las ecuaciones (13), (14) y (15). Los valores del β, γ, ω, son iguales a 1, sin embargo, pueden ser modificados. El *BKS* representa el mejor valor de la mejor respuesta conocida para una instancia.

$$\alpha_{Dep} = \frac{\beta.BKS}{\overline{w_i}} \quad (13)$$

Donde $\overline{w_i} = \frac{1}{M}\sum w_i$

$$\alpha_{Veh} = \frac{\gamma.BKS}{Q_I} \quad (14)$$

$$\alpha_{dist} = \omega \quad (15)$$

2. METODOLOGÍA

La metodología es planteada en dos etapas, así:
En la primera, se usan diferentes técnicas de clusterización con el fin de obtener la solución inicial que es usada como punto de inicio del algoritmo ILS. En la segunda, se usa el algoritmo ILS basado en los conceptos de intensificación y diversificación, el primero se lleva a cabo mediante el uso del algoritmo VNS y el segundo aplicando esquemas de perturbación aleatorias, esto con el fin de obtener soluciones de buena calidad, dentro de las cuales puede obtenerse el óptimo global. En esta etapa de optimización, son aceptadas soluciones con infactibilidades por capacidad en los depósitos y en los vehículos y por excesos de longitud de las rutas en algunas instancias. Estos excesos son llevados en cuenta como penalizaciones en la función objetivo.

En la etapa de intensificación, denominada de mejoramiento, se ejecuta el algoritmo VNS (del inglés, Variable Neighborhood Search) en la que los operadores son clasificados como inter-ruta e intra-ruta. Los operadores inter-ruta se refieren a las modificaciones que se hacen intercambiando clientes entre dos o más rutas, mientras que los operadores intra-ruta se refieren a las modificaciones que se hacen intercambiando clientes dentro de la misma ruta. En la etapa de diversificación, se realizan alteraciones aleatorias entre las rutas sin llevar en cuenta los tipos de restricción. El objetivo de la perturbación es escapar de óptimos locales, de tal manera que el proceso continúe explorando en el espacio de solución.

2.1 Etapa de inicialización

El análisis de clústeres estudia la división de objetos en grupos basado en una o varias características. Un aspecto importante de la noción de grupo, de acuerdo con Jain and Dubes (Jain, & Dubes, 1988) es descrita como: regiones conectadas en un espacio multidimensional que contiene una densidad relativamente alta de puntos, separada de otras regiones por una región que contiene una densidad relativamente baja de puntos. Esta definición de grupo es una excelente razón para usar el análisis de clústeres en la solución de los MDVRPs. El potencial de las técnicas de análisis de clústeres para la solución de los problemas de ruteo VRP han sido reconocidos por autores como Dantzig and Ramser (Dantzig B., & Ramser, 1959) Barreto et al. (Barreto, Ferreira, Paixão, & Santos, 2007) y Zare Mehrjerdi, Y., & Nadizadeh, A (Zare Mehrjerdi, Y., & Nadizadeh, A, 2013). En investigación previa presentada en Toro, Domínguez y Escobar (Ocampo, Castaño & Zuluaga, 2016), los autores examinaron los métodos aglomerativos: distancia mínima, distancia máxima, distancia promedio no ponderado, Media aritmética, centroide ponderado, método de centroide sin peso, método de Ward. De acuerdo a ese se concluye que, la heurística de mejor desempeño y usada en la identificación de soluciones iniciales en el MDVRP, es la de centroide ponderado, en la cual se sigue el siguiente procedimiento: se aplica la técnica de clusterización a clientes y depósitos y seguidamente se realiza el ruteo de los grupos aplicando el algoritmo de ahorros modificado para el MDVRP tal como propone Tillman (Tillman, 1969) . Finalizada esta etapa, se tiene una configuración factible como punto de inicio para el ILS. La solución obtenida es usada como solución inicial en el algoritmo ILS.

2.2 Algoritmo ILS

El ILS es planteado en dos etapas, la primera efectúa un proceso de búsqueda local (intensificación), la segunda efectúa un proceso de búsqueda de nuevas regiones (diversificación), con las cuales logra salir de óptimos locales y llegar a otros que eventualmente pueden ser de mejor calidad. De esa forma el algoritmo ILS realiza búsquedas locales, seguido de perturbaciones que le permite continuar la búsqueda local en otras regiones. Así, en cada paso del proceso el ILS concentra la búsqueda en un conjunto reducido de soluciones, en lugar de considerar todo el espacio de búsqueda a la vez. Cada vez que la búsqueda es agotada, logra saltar a otras regiones y seguir de esta forma el proceso.

Tanto en la primera como la segunda etapa se usan operadores del tipo shift, swap y 2-opt. Con el fin de reducir el espacio de búsqueda se usan criterios de granularidad basados en la solución obtenida por el método de clusterización, que consideran como criterio la distancia mínima. La metodología permite infactibilidades en depósitos, vehículos y longitud de ruta que son sumados a la función objetivo como factores de penalidad, así como restricción en la longitud de la ruta.

Los operadores usados tanto en la búsqueda local como en la perturbación son descritos en la tabla 1. En la aplicación de los operadores inter-ruta, se usan criterios de granularidad, al llevar en cuenta la distancia máxima permitida, en la cual una ruta tiene que ser desviada para poder conectar un cliente. Un cliente es aceptado para transferencia entre rutas, si las longitudes de conexión no sobrepasan un valor especificado. El valor de distancia máxima de conexión es calculado como la distancia promedio del depósito al que pertenece el cliente y los depósitos vecinos. Esta distancia es multiplicada por un factor seleccionado aleatoriamente entre [0.4 – 1.0].

Tabla 1. Operadores usados en las etapas de Intensificación y diversificación.

Búsqueda local		Perturbación
Intra-ruta	Inter-ruta	Inter-ruta

Swap (1,1)
Shift (1,0)
2-opt
Shift(2,0)
Shift(3,0)
	Swap (1,1)
	Shift (1,0)
	Shift (2,0)
	Shift(3,0)
	Swap(2,1)
	Swap(2,2)
		Swap (1,1)
		Shift (2,1)
		Swap (2,2)
		Shift(1,0)
		Shift(2,0)

2.3 Descripción general del algoritmo ILS

i) Solución inicial
ii) Etapa de intensificación (VNS)
iii) Criterio de parada, caso afirmativo salir, caso contrario ir a iv).
iv) Etapa de diversificación (perturbación)
iv) Regresar a ii).

2.3.1 Etapa de intensificación (búsqueda local VNS)

En esta etapa es implementado con base en operadores Inter e Intra-ruta. Se parte de una solución y se aplica un procedimiento de búsqueda local y cuyo objetivo es encontrar soluciones de mejor calidad. *i)* Solución actual. *ii)* Seleccionar un operador de la lista de estructura de vecindad Inter-ruta, si existe mejora, actualizar la solución actual, e ir al paso *iii)*, caso contrario prohibir temporalmente el operador de la lista Inter-ruta. Todos los operadores de la lista Inter-ruta fueron prohibidos, salir, caso contrario ir a *ii)*. *iii)* Seleccionar un operador de la lista de estructura de vecindad Intra-ruta, si existe mejora, actualizar la solución actual y regresar al paso *iii)*, caso contrario prohibir temporalmente el operador de la lista Intra-ruta. Todos los operadores de la lista Intra-ruta fueron prohibidos, ir a *ii)*. La selección de los operadores se lleva a cabo usando el algoritmo Randomized Variable Neighboorhod Descendent (RVND) descrito en (Subramanian, & Dos Anjos, 2008) en el cual se usa un orden aleatorio para la selección de los movimientos.

2.3.2 Etapa de perturbación

El procedimiento de perturbación se lleva a cabo con clientes seleccionados aleatoriamente, desde diferentes rutas. El operador seleccionado se aplica dos veces y de forma consecutiva. Para aplicar el operador se debe cumplir que la distancia entre los clientes seleccionados, no sobrepasen los límites de una distancia que es calculada a cada paso. Este valor se calcula como el promedio de la distancia del depósito asociado al primer cliente, respecto a los dos depósitos más cercanos. Esa distancia es afectada por un factor β seleccionado aleatoriamente y de acuerdo con pruebas preliminares debe estar entre [0.4 – 1.0]. Además de los anteriores, se aplica el operador Shift-pétalo. Que consiste en la transferencia de un pétalo (ruta) entre depósitos

3. RESULTADOS.

Las instancias analizadas fueron tomadas de [33] el tipo p que incluyen restricciones de capacidad de depósito y restricciones de capacidad de vehículo y las de tipo pr que además incluyen restricción de longitud de ruta. Cada instancia fue ejecutada 10 veces y para cada una de estas se emplean 70.000 iteraciones, se usó un computador con un procesador Intel Core i5-3470 de dos núcleos de 3.20 GHz, memoria RAM DE 8 GB con sistema operativo Windows 7 Professional. En las tablas 2 y 3 se presentan los resultados para los dos tipos de instancias, Los tiempos están dados en minutos y las soluciones obtenidas son comparadas con los resultados reportados en Vidal, Gendreau & Prins (Vidal, Gendreau & Prins, 2014). También son usados los BKS reportados en la literatura para cada una de las instancias.

4. CONCLUSIONES.

Se propone un algoritmo ILS para la solución del problema MDVRP que considera restricción de distancia. Para flexibilidad al modelo se consideran infactibilidades, por capacidad de vehículos y depósitos y distancia, las cuales se suman a la función objetivo como penalizaciones. Los resultados obtenidos son comparables con los reportados en la literatura, tanto en costos como en tiempos computacionales.

Es implementado un método de inicialización eficiente, que encuentra soluciones de alta calidad y que reduce considerablemente el tiempo de cómputo del algoritmo ILS. El algoritmo ILS implementado presenta gran eficiencia en lo que respecta a calidad de las soluciones obtenidas y tiempos de cómputo requeridos para su solución.

Tabla 2. Resultados instancias tipo p.

	Propuesta			**Vidal**			
caso	Promedio de 10 soluciones	Mejor tiempo requerido	Mejor solución	Mejor tiempo	Mejor solución - ILS	BKS	Gap
p01	576,87	0,22	576,87	0,49	576,87	576,87	0,00%
p02	473,53	0,23	473,53	0,81	473,53	473,53	0,00%
p03	641,18	0,62	641,18	0,99	640,65	640,65	0,08%
p04	1004,61	1,76	1001,03	0,81	999,21	999,21	0,18%
p05	750,93	2,68	750,02	2,09	750,03	750,03	0,00%
p06	882,76	1,88	878,10	1,6	876,5	876,5	0,18%
p07	887,45	3,56	884,66	1,63	881,97	881,97	0,31%
p08	4525,87	20,37	4500,70	14,85	4382,91	4375,49	2,86%
p09	3940,86	21,37	3933,99	12,75	3878,25	3859,17	1,94%
p10	3735,50	19,00	3713,54	14,43	3635,52	3631,11	2,27%
p11	3634,39	10,14	3624,66	12,94	3557,57	3546,06	2,22%
p12	1318,95	0,01	1318,95	1,09	1318,95	1318,95	0,00%
p13	1318,95	0,00	1318,95	0,98	1318,95	1318,95	0,00%
p14	1365,69	0,00	1365,69	0,98	1360,12	1360,12	0,41%
p15	2505,42	2,46	2505,42	3,25	2505,42	2505,42	0,00%
p16	2597,29	6,17	2597,29	3,15	2572,33	2572,23	0,97%
p17	2722,77	0,01	2722,77	3,03	2709,09	2709,09	0,50%
p18	3710,69	11,11	3707,77	10,32	3702,85	3702,85	0,13%
Promedio		5,66	2028,62	4,78	2007,82	2005,45	

Gap = (BKS-Mejor solución) /BKS
Tiempos dados en minutos e instancias ejecutadas por 70.000 iteraciones.

Tabla 3. Resultados instancias tipo pr.

	Propuesta			Vidal			
Instancia	Promedio 10 Soluciones	Mejor tiempo requerido	Mejor solución	Mejor tiempo	Mejor solución - ILS	BKS	Gap
pr01	861,32	0,21	861,32	1,02	861,32	861,32	0,00%
pr02	1296,25	1,55	1296,25	2,82	1296,25	1296,25	0,00%
pr03	1803,80	5,28	1803,8	5,66	1803,8	1803,8	0,00%
pr04	2076,72	8,22	2069,76	8,09	2045,45	2042,45	1,34%
pr05	2357,16	18,00	2350,69	11,41	2326,35	2324,45	1,13%
pr06	2715,26	28,56	2704,5	18,06	2668,76	2663,56	1,54%
pr07	1077,33	0,27	1077,33	1,55	1075,12	1075,12	0,21%
pr08	1658,23	5,56	1658,23	4,3	1658,23	**1658,23**	**0,00%**
pr09	2167,93	8,67	2154,82	8,85	2131,7	**2131,7**	1,08%
pr10	2911,79	34,23	2911,79	17,96	2810,25	**2805,53**	3,79%
Promedio		11,05	1,888,85	7,972	1867,7	**1866,24**	

REFERENCIAS

Alvaréz, D., Toro-Ocampo, E., Gallego- Rendón, R. (2010). Algoritmo GRASP para resolver el problema de asignación de horarios en empresas de demanda variable. Revista Colombiana de Tecnologías de Avanzada (RCTA), ISSN: 1692-7257, 2(16).

Araque, J. A., Rodríguez, J. L. D., & Guerrero, A. S. (2017). Optimización por recocido simulado de un convertidor multinivel monofásico con modulación pwm sinusoidal de múltiple portadora. Revista Colombiana de Tecnologias de Avanzada, ISSN: 1692-7257, 1(27).

Araque, J. A., Díaz, J. L., & Gualdrón, O. E. (2013). Optimización del THD en un convertidor multinivel monofásico usando algoritmos genéticos. Revista Colombiana De Tecnologías De Avanzada, ISSN: 1692-7257, 1(21).

Clarke, G., & Wright, J. W. (1964). Scheduling of Vehicles from a Central Depot to a Number of Delivery Points. Operations Research, 12(4), 568–581.

Tillman, F. A. (1969). The Multiple Terminal Delivery Problem with Probabilistic Demands.pdf. Transportation Science, 3(3), 192–204.

Tillman, F. A., & Cain, T. M. (1972). An Upperbound Algorithm for the Single and Multiple Terminal Delivery Problem. Management Science, 18(11), 664–682.

Wren, A., & Holliday, A. (1972). Computer Scheduling of Vehicles from One or More Depots to a Number of Delivery Points. Operational Research Quarterly (1970-1977), 23(3), 333–344.

Gillett, B. E., & Johnson, J. G. (1976). Multi-terminal vehicle-dispatch algorithm. Omega, 4(6), 711-718.

Gillett, B., & Miller, L. (1974). A Heuristic algorithm for the vehicle dispatch problem. European Journal of Operational Research, 22, 340–349.

Christofides, N., & Eilon, S. (1998). An Algorithm for the Vehicle-dispatiching Problem. Journal of the Operational Research Society, 8(2), 415–422.

Golden, B. L., Magnanti, T. L., & Nguyen, H. Q. (1977). Implementing vehicle routing algorithms. Networks, 7(2), 113–148.

Wasil, E., & Golden, B. L. (1993). A new heuristic for the multi-depot vehicle routing problem that improves upon best-known solutions. American Journal of Mathematical and Management Sciences, 13(3–4), 371–406.

Dueck, G. (1993). New optimization heuristics; The great deluge algorithm and the record-to-record travel. Journal of Computational Physics, 104(1), 86–92.

S. Lin. (1965). Computer Solutions of the Traveling Salesman Problem. Bell System Technical Journal, 44(10), 2245–2269.

Renaud, J., Laporte, G., & Boctor, F. F. (1996). A tabu search heuristic for the multi-depot vehicle routing problem. Computers and Operations Research, 23(3), 229–235.

Renaud, J., Boctor, F. F., & Laporte, G. (1996). An improved petal heuristic for the vehicle routing problem. Journal of the Operational Research Society, 47(2), 329–336.

Cordeau, J. F., Gendreau, M., & Laporte, G. (1997). A tabu search heuristic for periodic and multi-depot vehicle routing problems. Networks, 30, 105–119.

Gendreau, M., Hertz, A., & Laporte, G. (1994). A Tabu Search Heuristic for the Vehicle Routing Problem. Management Science, 40(10), 1276–1290.

Salhi, S., & Sari, M. (1997). A multi-level composite heuristic for the multi-depot vehicle fleet mix problem. European Journal of Operational Research, 103(1), 95–112.

Ho, W., Ho, G. T. S., Ji, P., & Lau, H. C. W. (2008). A hybrid genetic algorithm for the multi-depot vehicle routing problem. Advances in Computer Science: Proceedings of the 6th WSEAS European Computing Conference (ECC'12).

Surekha, P., & Sumathi, S. (2011). Solution To Multi-Depot Vehicle Routing Problem Using Genetic Algorithms. World Applied Programming, (13), 118–131.

Vidal, T., Crainic, T. G., Gendreau, M., Lahrichi, N., & Rei, W. (2012). A Hybrid Genetic Algorithm for Multidepot and Periodic Vehicle Routing Problems. Operations Research, 60(3), 611–624.

Laporte, G., Nobert, Y., & Arpin, D. (1984). Optimal solutions to capacitated multidepot vehicle routing problems, Vol. 44. Congressus Numerantium, Canada.

Laporte, G., Nobert, Y., & Taillefer, S. (1988). Solving a Family of Multi-Depot Vehicle Routing and Location-Routing Problems. Transportation Science, 22(3), 161–172.

Baldacci, R., & Mingozzi, A. (2009). A unified exact method for solving different classes of vehicle routing problems. Mathematical Programming, 120(2), 347–380.

Contardo, C., & Martinelli, R. (2014). A new exact algorithm for the multi-depot vehicle routing problem under capacity and route length constraints. Discrete Optimization, 12(1), 129–146.

Montoya-Torres, J. R., López Franco, J., Nieto Isaza, S., Felizzola Jiménez, H., & Herazo-Padilla, N. (2015). A literature review on the vehicle routing problem with multiple depots. Computers & Industrial Engineering, 79, 115–129.

Jain, A. K., & Dubes, R. C. (1988). Algorithms for clustering data. Prentice Hall.

Dantzig, G. B., & Ramser, J. H. (1959). The Truck Dispatching Problem. Management Science, 6(1), 80–91. https://doi.org/10.1287/mnsc.6.1.80

Barreto, S., Ferreira, C., Paixão, J., & Santos, B. S. (2007). Using clustering analysis in a capacitated location-routing problem. European Journal of Operational Research, 179(3), 968–977. https://doi.org/10.1016/j.ejor.2005.06.074

Zare Mehrjerdi, Y., & Nadizadeh, A. (2013). Using greedy clustering method to solve capacitated location-routing problem with fuzzy demands. European Journal of Operational Research, 229(1), 75–84.

Ocampo, E. M. T., Castaño, A. H. D., & Zuluaga, A. H. E. (2016). Desempeño de las técnicas de agrupamiento para resolver el problema de ruteo con múltiples depósitos. Tecno Lógicas, 19(36), 49–62. Retrieved from

Subramanian, A., & Dos Anjos Formiga Cabral, L. (2008). An ILS based heuristic for the vehicle routing problem with simultaneous pickup and delivery and time limit. In Lecture Notes in Computer Science (including subseries Lecture Notes in Artificial Intelligence and Lecture Notes in Bioinformatics) (Vol. 4972 LNCS, pp. 135–146).

Subramanian, A., Drummond, L. M. A., Bentes, C., Ochi, L. S., & Farias, R. (2010). A parallel heuristic for the Vehicle Routing Problem with Simultaneous Pickup and Delivery. Computers & Operations Research, 37(11), 1899–1911.

Vidal, T., Crainic, T. G., Gendreau, M., & Prins, C. (2014). Implicit depot assignments and rotations in vehicle routing heuristics. European Journal of Operational Research, 237(1), 15–28.