

## KINEMATIC ANALYSIS OF A TRANSFORMABLE WHEEL

### ANÁLISIS CINEMÁTICO DE UNA RUEDA TRANSFORMABLE

Mario Saucedo\*, Héctor A. Moreno\*, Isela Carrera\*, Cesar Peña\*\*, Alejandro Perez\*

**\*Universidad Autónoma de Coahuila**

Faculta de Ingeniería Mecánica y Eléctrica, Unidad Norte.  
Calle Barranquilla S/N Col. Guadalupe , Monclova, Coah., México  
E-mail: h\_moreno@uadec.edu.mx

**\*\*Universidad de Pamplona**

Programa de Ingeniería Mecatrónica  
Km 1 vía Bucaramanga, Pamplona, Norte de Santander, Colombia.

**Abstract:** This paper presents the derivation of the direct kinematic analysis of a RSRP Heise Wheel. This wheel is capable of transforming itself from circular form to hybrid with multiple limbs. This mechanism has two degrees of freedom and can be actuated by a rotational motor and a linear motor both mounted on the vehicle chassis. In this case the rotational motor rotates the wheel and the linear motor makes the deployable limbs extend or flex. The analysis consist in given the motion of the actuators determine the configuration of the links of the mechanism.

**Keywords:** Transformable, Legged wheel, Direct Kinematics.

**Resumen:** En este artículo se presenta el análisis de la cinemática directa de una Rueda Heise RSRP. Esta rueda es capaz de transformarse de circular a híbrida con múltiples extremidades. El mecanismo tiene dos grados de libertad y puede ser actuado por un motor rotacional y un motor lineal ambos montados en el chasis del vehículo. En este caso el motor rotacional hace girar la rueda y el motor lineal hace que las piernas se extiendan o contraigan. El análisis consiste en determinar la configuración de los eslabones del mecanismo dado el movimiento de los actuadores.

**Palabras clave:** Transformable, Rueda con extremidades, Cinemática Directa.

## 1. INTRODUCCION

Los robots móviles terrestres se han aplicado en diversos ámbitos, como lo son la asistencia en actividades domésticas, la vigilancia y seguridad, la rehabilitación y cuidado de la salud, la agricultura y la exploración espacial. Para ambientes terrestres existen tres tipos de sistemas de locomoción principalmente: los basados en ruedas, los basados en orugas y los basados en piernas. Recientemente, algunos investigadores han propuesto diseño de sistemas de locomoción híbridos, en los que se emplean los distintos métodos de locomoción para usarlos en la

condición más conveniente (Bruzzone y Quaglia, 2012).

Uno de los esquemas de locomoción híbridos que se han planteado corresponde a las ruedas con extremidades de geometría variable. En (Burt y Papanikolopoulos, 2005) se presenta una rueda híbrida cuyas piernas consisten de un mecanismo corredera-biela-manivela. La corredera se implementa mediante un motor rotacional que hace rotar un eje con roscado exterior el cual tiene contacto con un elemento cilíndrico con roscado interior en el cual están montadas articulaciones rotacionales que lo unen con la biela. Mediante el

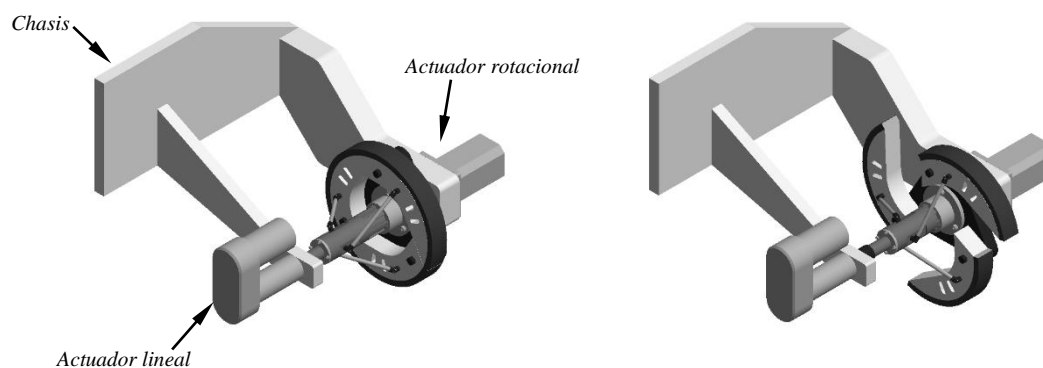


Fig. 1. Rueda HeIse en posiciones cerrada y abierta

método descrito previamente se mueve una biela que hace que el último eslabón, el que tiene contacto con el suelo, rote pivotándose en una articulación rotacional y con esto se abra la rueda. Este mecanismo tiene varios atributos interesantes, entre ellos que se emplea un mismo motor para extender/flexionar las piernas y para hacer girar la rueda.

En (Sgherri y La Spina, 2012), se presenta un dispositivo en el que un eje cónico central expulsa a un número de eslabones a través canales que tiene la rueda. El eje motriz tiene una rosca externa y la rueda una rosca interna. Al encontrar una obstrucción el torque aplicado al eje aumenta y gira con respecto a la rueda venciendo la fuerza de un resorte lineal haciendo que se expulsen los eslabones que tienen contacto con el suelo. Esta clase de rueda puede denominarse pasiva ya que la apertura de las piernas no es generada por un motor. Otros diseños de ruedas pasivas se pueden encontrar en (Suzuki, 2011) y (Kim et al., 2014).

En (Nagatani et al., 2007), se presenta el desarrollo una rueda híbrida de geometría variable compuesta por 6 mecanismos de pantógrafo distribuidos uniformemente alrededor del eje de rotación de la rueda. Por otra parte (Rafique, 2013), presenta un diseño cuyas piernas están compuestas por eslabones unidos a través de articulaciones de un grado de libertad. Las piernas están compuestas de dos cadenas cinemáticas conectadas, estas corresponden a un mecanismo de línea recta (el mecanismo de Scott Russell) y un mecanismo de corredera-biela-manivela en el cual se incluye el eslabón que tiene contacto con el suelo. En (Zhang et al., 2011) se presenta una rueda híbrida con tres piernas despegables. Mediante un motor eléctrico se hace girar un elemento triangular que hace que se extiendan/flexionen las piernas. Cada una de las piernas consiste de mecanismos de 4 barras (con articulaciones rotacionales) empotrados en el rin de la rueda. Una barra en forma de V une los mecanismos de cada pierna. En (Yun et al., 2017), se presenta el desarrollo de una rueda cuya

transformación se realiza a través de motores neumáticos suaves. Las piernas están colocadas dentro de la rueda y unidas a la misma mediante una articulación prismática. Mediante bandas flexibles (ligas) las piernas se mantienen colocadas en su posición inicial dentro de la rueda. Cuando se inyecta aire a los motores neumáticos, estos vencen la fuerza de las bandas flexibles y hacen que las piernas salgan de la rueda formando una rueda híbrida. Por otro lado, en (Hu, 2013) se presenta un mecanismo antideslizante para ruedas. Mediante cilindros telescópicos se extienden los elementos que tienen contacto con el suelo para proveer mayor agarre. La extensión de los cilindros se realiza mediante la introducción de aceite hidráulico.

En (Lin y Shen, 2012) se presenta una rueda que se puede transformar en una pierna en forma de C mediante la rotación de las dos mitades de la rueda con respecto a un eje perpendicular a su eje de giro. Este robot es capaz de subir escaleras y atravesar terrenos no estructurados. Para realizar la transformación se incluye un motor dentro del rin de la rueda. En (Moreno et al., 2018) se presentan los diseño de una serie de mecanismos llamados ruedas HeIse. En este trabajo se presenta el análisis cinemático de una rueda RSRP parte de la familia de mecanismos de las ruedas HeIse.

## 2. RUEDA HEISE RSRP

La Rueda Heise RSRP esta compuesta por una articulación prismática para lograr que el eslabón de tracción se mueva en un plano perpendicular al eje de rotación de la rueda, para esto es necesario que el eje  $c_i$  sea paralelo al eje  $q_r$  y el eje  $r_{li}$  sea perpendicular al eje de la misma articulación  $q_r$ . Este mecanismo tiene 2 grados de libertad uno en el actuador lineal que sirve para abrir y cerrar las ruedas y el otro en el actuador rotacional que hace que gire la rueda.

Su cadena cinemática tiene la siguiente secuencia en las articulaciones Rotacional(R), Esférica(S), Rotacional(R), Prismática(P).

El eje móvil esta conectado al rin central por medio de una articulación prismática y al actuador lineal por medio de una articulación rotacional, el rin central gira por medio del motor rotacional

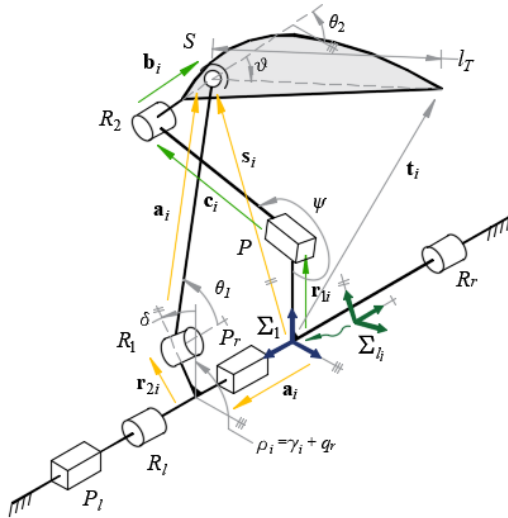


Fig. 2. Lazos vectoriales para el análisis de rueda Helise RSRP

### 3. ANÁLISIS DE POSICIÓN DE LA RUEDA RSRP

Para analizar el mecanismo lo separamos en 2 partes y cada una se analiza por la técnica de análisis de mecanismos en el plano.

Para comprender mejor este mecanismo definimos 2 marcos de referencia, uno será sobre el bastidor  $\Sigma_1$  y el otro al eje móvil  $\Sigma_2$ .

Por lo tanto las variables articulares quedan definidas por el vector  $\mathbf{q} = [q_p \ q_r]^T$ , donde  $q_r$  es la variable articular asociada al motor rotacional y  $q_p$  es la variable articular asociada al motor lineal y las variables operacionales están definidas por el vector  $\mathbf{q} = [p_{xi} \ p_{yi}]^T$ , donde  $p_{xi}$  y  $p_{yi}$  son las coordenada en el eje x del extremo del eslabón de tracción.

La primera parte del análisis se realizara en el marco de referencia  $\Sigma_2$  donde se encuentra el eje móvil, como se observa en la Fig. 2. De la cual se observa la ecuación vectorial de lazo cerrado:

$$\mathbf{p} + \mathbf{r}_{2i} + \mathbf{a}_i = \mathbf{s}_i \quad (1)$$

Los vectores los representaremos en su forma compleja ( $\mathbf{r} = x + jy$ ) y sus coordenadas polares ( $\mathbf{r} = r e^{j\theta}$ ). La ecuación 1 queda de la siguiente forma:

$$(l_p - q_p)e^{j\pi} + R_{C2}e^{j\frac{\pi}{2}} + l_1e^{j\theta_1} = S_p e^{j\frac{\pi}{2}} \quad (2)$$

Aplicando la identidad de Euler ( $e^{j\theta} = \cos \theta + j \sin \theta$ ) la ecuación 2 se escribe de la siguiente manera:

$$(l_p - q_p)(\cos \pi + j \sin \pi) + R_{C2} \left( \cos \frac{\pi}{2} + j \sin \frac{\pi}{2} \right) + l_1(\cos \theta_1 + j \sin \theta_1) = S_p \left( \cos \frac{\pi}{2} + j \sin \frac{\pi}{2} \right) \quad (3)$$

De la ecuación 3 se igualan los términos reales y los términos imaginarios y se obtienen las siguientes 2 ecuaciones:

$$l_1 \sin \theta_1 - (l_p - q_p) = 0 \quad (4)$$

$$l_1 \sin \theta_1 + R_{C2} = S_p \quad (5)$$

De las ecuaciones anteriores obtenemos la solución de la cinemática directa:

$$\theta_1 = \tan^{-1} \left( \frac{\pm \sqrt{l_1^2 - (l_p - q_p)^2}}{l_p - q_p} \right) \quad (7)$$

$$S_p = R_{C2} \pm \sqrt{l_1^2 - (l_p - q_p)^2} \quad (8)$$

Para la segunda parte del análisis se realiza sobre el marco de referencia  $\Sigma_1$ , donde se localiza el bastidor o chasis, se observa la Fig. 2 y se obtiene la siguiente ecuación vectorial:

$$\mathbf{b}_i + \mathbf{c}_i + \mathbf{r}_{1i} = \mathbf{s}_i \quad (9)$$

Los vectores los representamos en su forma compleja y sus coordenadas polares donde  $\rho_i = q_r + \gamma_i$  y  $\sigma_i = q_r + \gamma_i + \delta$ , aplicando esto a ecuación 9, se obtiene lo siguiente:

$$l_2e^{j\theta_2} + l_3e^{j\theta_3} + R_{ci}e^{j\rho_i} = S_p e^{j\sigma_i} \quad (10)$$

Aplicando la identidad de Euler, obtenemos la siguiente ecuación:

$$l_2(\cos \theta_2 + j \sin \theta_2) + l_3(\cos \theta_3 + j \sin \theta_3) + R_{ci}(\cos \rho_i + j \sin \rho_i) = S_p(\cos \sigma_i + j \sin \sigma_i) \quad (11)$$

De la ecuación anterior se separan los términos reales y los imaginarios y se obtienen las siguientes 2 ecuaciones:

$$l_2 \cos \theta_2 + l_3 \cos \theta_3 + R_{ci} \cos \rho_i = S_p \cos \sigma_i \quad (12)$$

$$l_2 \sin \theta_2 + l_3 \sin \theta_3 + R_{ci} \sin \rho_i = S_p \sin \sigma_i \quad (13)$$

De las ecuaciones 12 y 13 se despeja el término que contiene  $\theta_2$  y se elevan al cuadrado:

$$l_2^2 \cos^2 \theta_2 = (S_p \cos \sigma_i - R_{ci} \cos \rho_i)^2 - l_3^2 \cos^2 \theta_3 \quad (14)$$

$$l_2^2 \sin^2 \theta_2 = (S_p \sin \sigma_i - R_{ci} \sin \rho_i)^2 - l_3^2 \sin^2 \theta_3 \quad (15)$$

Donde

$$K_1 = 2(R_{ci} \cos(\theta_3 - \rho_i) - S_p \cos(\theta_3 - \sigma_i))$$

$$K_2 = S_p^2 + R_{ci}^2 - 2S_p R_{ci} \cos(\sigma_i - \rho_i)$$

Al sustituir y sumar las ecuaciones 14 y 15 se obtiene:

$$l_3^2 + l_3 K_1 + K_2 - l_2^2 = 0 \quad (16)$$

Aplicando la formula general obtenemos que:

$$l_3 = \frac{-K_1 \pm \sqrt{K_1^2 - 4(K_2 - l_2^2)}}{2} \quad (17)$$

De las ecuaciones 12 y 13 se obtiene el  $\theta_2$ :

$$\theta_2 = \tan^{-1} \left( \frac{S_p \sin \sigma_i - R_{ci} \sin \rho_i - l_3 \sin \theta_3}{S_p \cos \sigma_i - R_{ci} \cos \rho_i - l_3 \cos \theta_3} \right) \quad (18)$$

#### 4. ANÁLISIS DE VELOCIDAD DE LA RUEDA RSRP

Para el análisis de la cinemática de velocidad se deriva la ecuación 1 y se obtiene:

$$\dot{\mathbf{p}} + \mathbf{r}_{2i} \dot{\theta}_2 + \dot{\mathbf{a}}_i = \dot{\mathbf{s}}_i \quad (19)$$

Derivando los vectores de la ecuación anterior obtenemos:

$$\dot{q}_r + j l_1 e^{j\theta_1} \omega_1 = j \dot{S}_p \quad (20)$$

Aplicando la identidad de Euler:

$$\dot{q}_r + j l_1 \omega_1 \cos \theta_1 - l_1 \omega_1 \sin \theta_1 = j \dot{S}_p \quad (21)$$

Donde  $\dot{q}_r$  corresponde a la velocidad del actuador lineal del mecanismo,  $\omega_1$  es la velocidad angular de la biela y  $\dot{S}_p$  es la derivada de la magnitud del vector  $\mathbf{s}_i$  con respecto al tiempo.

La ecuación (21), se pueden separar en las siguientes dos ecuaciones:

$$\dot{q}_r - l_1 \omega_1 \sin \theta_1 = 0 \quad (22)$$

$$l_1 \omega_1 \cos \theta_1 = j \dot{S}_p \quad (23)$$

Con las ecuaciones 22 y 23 obtenemos que:

$$\omega_1 = \frac{\dot{q}_r}{l_1 \sin \theta_1} \quad (24)$$

$$\dot{S}_p = \frac{\dot{q}_r}{\tan \theta_1} \quad (25)$$

Para la segunda parte de la cinemática directa de velocidad se obtiene derivando la ecuación 9:

$$\dot{\mathbf{b}}_i + \dot{\mathbf{c}}_i + \mathbf{r}_{1i} \dot{\theta}_1 = \dot{\mathbf{s}}_i \quad (26)$$

Derivando los vectores obtenemos:

$$j l_2 e^{j\theta_2} \omega_2 + \dot{l}_3 e^{j\theta_3} + j l_3 e^{j\theta_3} \dot{q}_r + j R_{ci} e^{j\rho_i} \dot{q}_r = j S_p e^{j\sigma_i} \dot{q}_r + \dot{S}_p e^{j\sigma_i} \quad (27)$$

Aplicando la identidad de Euler y separando los términos reales y los imaginarios obtenemos:

$$\begin{aligned} -l_2 \omega_2 \sin \theta_2 + \dot{l}_3 \cos \theta_3 - l_3 \dot{q}_r \sin \theta_3 \\ - R_{ci} \dot{q}_r \sin \rho_i \\ = -S_p \dot{q}_r \sin \sigma_i + \dot{S}_p \cos \sigma_i \end{aligned} \quad (28)$$

$$\begin{aligned} l_2 \omega_2 \cos \theta_2 + \dot{l}_3 \sin \theta_3 + l_3 \omega_3 \cos \theta_3 \\ + R_{ci} \dot{q}_r \cos \rho_i \\ = S_p \dot{q}_r \cos \sigma_i + \dot{S}_p \sin \sigma_i \end{aligned} \quad (29)$$

Donde

$$V_1 = \dot{S}_p \cos \sigma_i - S_p \dot{q}_r \sin \sigma_i + R_{ci} \dot{q}_r \sin \rho_i + l_3 \dot{q}_r \sin \theta_3$$

$$V_2 = S_p \dot{q}_r \cos \sigma_i + \dot{S}_p \sin \sigma_i - R_{ci} \dot{q}_r \cos \rho_i - l_3 \dot{q}_r \cos \theta_3$$

De esta manera obtenemos:

$$\dot{l}_3 = \frac{V_1 \cos \theta_2 + V_2 \sin \theta_2}{\sin \theta_3 \sin \theta_2 + \cos \theta_3 \cos \theta_2} \quad (30)$$

$$\omega_2 = \frac{V_2 \cos \theta_3 - V_1 \sin \theta_3}{l_2 (\sin \theta_3 \sin \theta_2 + \cos \theta_3 \cos \theta_2)} \quad (34)$$

## 5. SIMULACIÓN

Para la realización de la simulación de la rueda Heise RSRP, los parámetros geométricos que se utilizaron fueron los mostrados en la tabla 1. El movimiento es a velocidad constante, este consiste en mover el punto  $l_p$  del punto inicial al punto final en 1 segundo.

Parámetro	Valor
$l_1$	7 cm
$l_2$	6 cm
$l_3$	.7 cm
$l_p$	6 cm
$l_t$	8.4 cm
$R_{c1}$	4 cm
$R_{c2}$	1.5 cm
$\delta$	10°

Tabla. 1. Parámetros geométricos del mecanismo

En la fig. 3 se muestra el comportamiento de las diferentes partes del mecanismo, (a) ángulo  $\theta_1$  el cual nos muestra la orientación de la biela, (b) muestra la velocidad angular de la biela, (c) muestra la magnitud del vector  $Sp$ , (d) muestra la velocidad del vector  $Sp$ , (e) ángulo  $\theta_2$  muestra la posición del eslabón de tracción, (f) muestra la velocidad angular del eslabón de tracción, (g) muestra la magnitud del vector  $l_3$ , (h) muestra la velocidad del vector  $l_3$ .

## 6. CONCLUSIONES

En este trabajo se obtuvieron las ecuaciones de la cinemática directa y de velocidad de los mecanismos de las ruedas Heise por medio del análisis de mecanismos en el plano.

Se encontró que el mecanismo se puede dividir en dos partes y analizarlas independientemente.

Al realizar este análisis se obtuvo la posición y la velocidad de los eslabones del mecanismo.

Según lo observado en las simulaciones los mecanismos pasan del punto inicial al punto final correctamente.

Como trabajo futuro se realizara el análisis cinemático inverso del mecanismo.

## REFERENCIAS

- Bruzzzone L y Quaglia (2012). G. Review article: locomotion systems for ground mobile robots in unstructured environments. *Mechanical Sciences*; 3: 49–62. DOI:10.5194/ms-3-49-2012.
- Burt y N. Papanikolopoulos (2005), “Adjustable diameter wheel assembly, and methods and vehicles using same,” US Patent 6,860,346
- G. Sgherri y G. La Spina (2012), “Variable-diameter wheel,” US 20120104834 A1
- M. Suzuki (2011), “Toy model with transforming tire mechanism,” US 20110021112 A1
- Y. Kim, G. Jung y H. Kim and K. Cho and C. Chu (2014), “Wheel transformer: A wheel-leg hybrid robot with passive transformable wheels,” *IEEE Transactions on Robotics* 30,1487–1498
- K. Nagatani, M. Kuze y K. Yoshida (2007), “Development of transformable mobile robot with mechanism of variable wheel diameter,” *J. Robot. Mechatron.* 19,252–253
- R. Rafique (2013), “Reconfigurable Mechanism for Mobile Robotic Platform,” In: *Proceedings of the National Conference on Machines and Mechanisms (iNaCoMM2013)* pp. 714–721.
- J. Zhang, P. Zhang y L. Zhang and Y. Hu and L. Zheng (2011), “Folding combined obstacle detouring wheel,” CN 102350917 A
- S. Yun, J. Lee, G. Jung y K. Cho (2017), “Development of a transformable wheel actuated by soft pneumatic actuators,” *International Journal of Control, Automation and Systems* 15(2), 36–44.
- Y. Hu (2013), “Automotive cat-claw-shaped telescopic antiskid wheel,” CN 202716669 U
- P. Lin y S. Shen (2012), “Mobile platform,” US 8307923 B2
- H. Moreno, I. Carrera, J. Pámanes García y J. Baca (2018), “Heise wheels: a family of mechanisms for implementing variable geometry hybrid wheels,” *Revista Iberoamericana de Automática e Informática industrial* 15, 427–438.

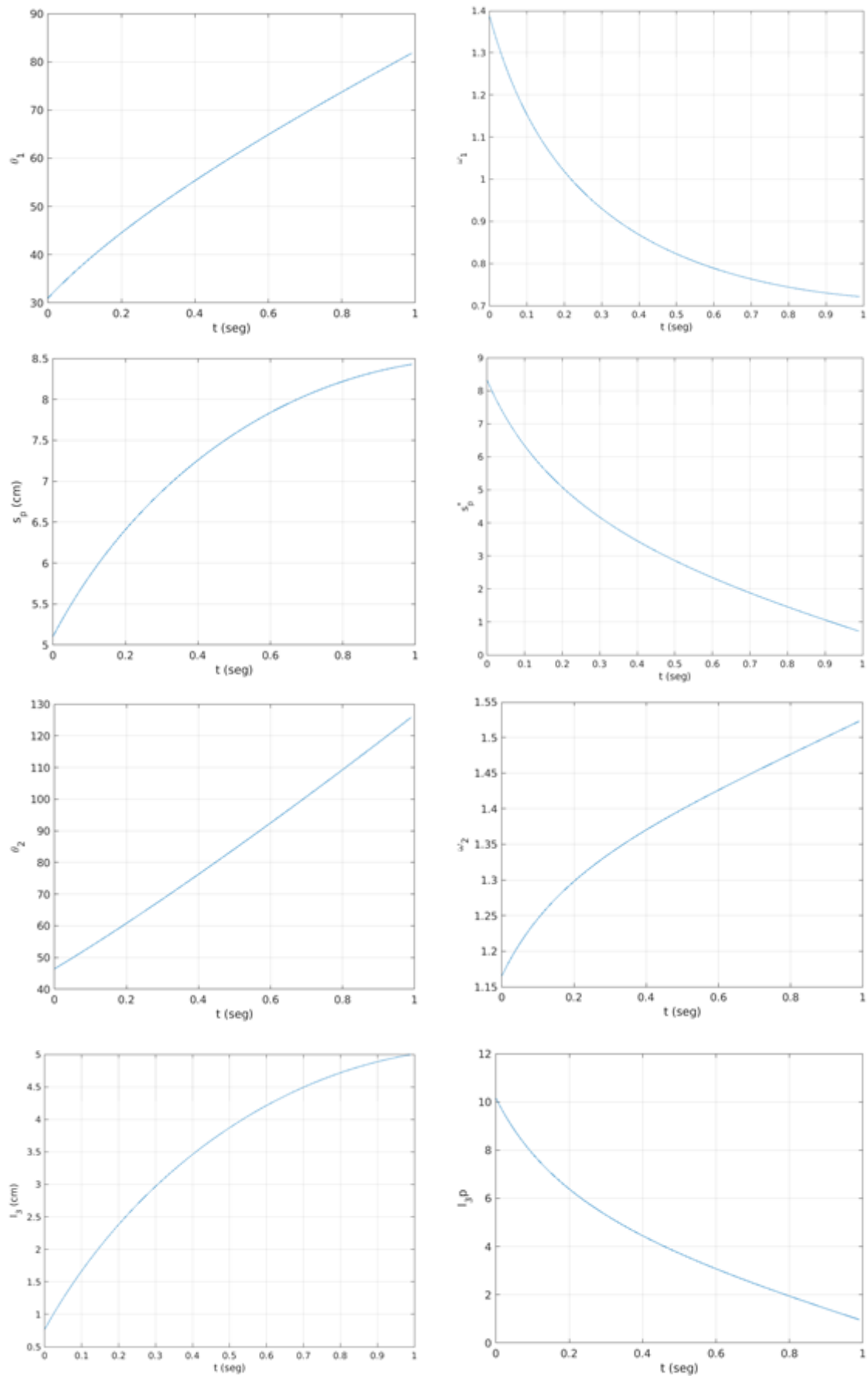


Fig. 3. Resultados de la simulación del análisis cinemático de posición de la pierna 1 de rueda HeIse RSRP