SAMPLING AND COMPRESSION MODEL OF INTERFERENCE MAPS BASED ON COMPRESSIVE SENSING

MODELO DE MUESTREO Y COMPRESIÓN DE MAPAS DE INTEFERENCIA CON BASE EN SENSADO COMPRIMIDO

MSc. Jeison Marín*, PhD. Carlos Fajardo†,
PhD. Leonardo Betancur°, PhD. Henry Arguello‡

***Unidades Tecnológicas de Santander**
Programa de Ingeniería Electrónica
Bucaramanga, Santander, Colombia.
Tel.: 57-7-6917700, Fax: 57-7-6917691, Ext. 1121
E-mail: jmarin@correo.uts.edu.co

†Universidad Industrial de Santander
Escuela de Ingeniería Eléctrica Electrónica y Telecomunicaciones
Bucaramanga, Santander, Colombia.
Tel.: 57-7-6340000, Ext. 2360
E-mail: cafajar@uis.edu.co

°Universidad Pontificia Bolivariana
Facultad Ing. Informática y Telecomunicaciones
Medellín, Antioquia, Colombia.
Tel.: 57-4-4488388
E-mail: leonardo.betancur@upb.edu.co

‡Universidad Industrial de Santander
Escuela de Ingeniería de Sistemas e Informática
Bucaramanga, Santander, Colombia.
Tel.: 57-7-6340000, Ext. 2342
E-mail: henarfu@uis.edu.co

Abstract: Interference maps are used to manage the information regarding spectrum occupancy in some geographical area. In a future scenario, these maps can be constructed by the radio spectral measurements sent from wireless network devices like cell phones and smartphones. However, with the growing number of these devices, the construction of these Interference maps will demand to process a great amount of data. In this article a new sampling and compression model of interference maps is proposed, based on compressive sensing and the use of binary masks in order to perform a sub sampling. Furthermore, a further compression method based on these binary masks is designed. The results showed an increase of the 30% in the compression ratio. This strategy can optimize the store and transmission of the radio spectral information.

Keywords: Interference Maps, Compressive Sensing.

Resumen: Los mapas de interferencia son usados para gestionar la información sobre ocupación espectral en un área geográfica. En un futuro escenario, estos mapas se pueden construir con base en muestras de potencia tomadas por los dispositivos inalámbricos presentes en una red de telecomunicaciones como celulares o teléfonos inteligentes. Sin embargo con el crecimiento del número de estos dispositivos, la construcción de esos mapas de interferencia demandará una gran cantidad de datos. En este artículo se propone un nuevo modelo de muestreo y compresión de mapas de interferencia, basado en sensado compresivo mediante el uso de unas máscaras binarias para realizar un sub muestreo y el diseño de un método de compresión adicional con base en estas máscaras. Los resultados muestran un aumento en la razón de compresión de un 30% permitiendo optimizar el almacenamiento y transmisión de la información del espectro de radio.

Palabras clave: Mapas de Interferencia, Sensado Comprimido.

1. INTRODUCION

Los Mapas de Interferencia (MI) son una herramienta que permite el análisis de la ocupación espectral en un área geográfica determinada, por parte de los dispositivos inalámbricos que están transmitiendo (Hoyhtya *et al*., 2016). Un MI en una frecuencia específica puede ser visto como una imagen 2D donde cada pixel representa un nivel de potencia espectral en dicha frecuencia, y la ubicación del pixel representa una coordenada geográfica. Estos mapas pueden ser construidos usando las medidas de analizadores de espectro o de dispositivos inalámbricos con capacidades de sensado espectral; sin embargo, entre más grande es el área de interés o el número de bandas de frecuencia se necesitan más dispositivos de medición y por lo tanto se deben procesar y almacenar más datos para una posterior transmisión y análisis de información. Por ejemplo, en (Alaka *et al.* 2008) es usada una técnica de interpolación para la construcción de MI en una red UMTS dentro de un área de 10^5 m^2 dividida en una malla de mediciones de 25m entre puntos; en este caso el IM tenía 16 x 10^{16} puntos. Esta cantidad de datos requiere una muy grande capacidad de procesamiento y memoria de almacenamiento.

Con el propósito de disminuir la cantidad de datos para la construcción de estos mapas, en (Marín *et al*, 2017) es propuesto un modelo de sensado comprimido multiespectral, donde un grupo de sensores inalámbricos envían información de potencia espectral, en varias frecuencias del espectro, a un gestor de espectro en una arquitectura centralizada. El modelo consiste en un grupo de varios MI organizados en un cubo de datos 3D $\mathbf{I}(x, y, \lambda)$ donde un MI en la frecuencia λ_i corresponde a una imagen 2D $\mathbf{I}(x, y)$. En este modelo, como será explicado en la sección 2, las muestras de potencia son tomadas de forma selectiva por cada sensor usando unas máscaras binarias que el gestor de espectro genera, y que definen que muestras tomar y que muestras desechar. Posteriormente estas muestras se mapean en un arreglo 2D denominado Arreglo Planar de Potencias (APP) usando técnicas de sensado comprimido multiespectral, y posteriormente el APP se usa para reconstruir todos los MI en las diferentes frecuencias, usando técnicas de reconstrucción de señales dispersas.

En este artículo, se propone comprimir el APP para almacenar la información de forma eficiente y aumentar la velocidad de transmisión de los datos en una arquitectura donde un gestor espectral requiera los datos espectrales de potencia de varias zonas geográficas. Se propone que para realizar esta compresión del APP, se realice una transformación previa de sus componentes con base en la estructura de las máscaras binarias usadas en el proceso de sensado comprimido. Los resultados muestran que si antes de comprimir el APP se realiza dicha transformación, el factor de compresión aumenta en un 30%.

El resto del artículo se organiza de la siguiente forma. En la sección 2 se presenta formalmente el modelo de sensado multiespectral de MI's y la construcción del APP. En la sección 3 se presenta el modelo de compresión del APP con base en la estructura de las máscaras binarias usadas en el modelo de sensado multiespectral y en la sección 4 se prueba el modelo y se analizan los resultados. Finalmente se presentan las conclusiones y recomendaciones de este trabajo.

2. MODELO DE SENSADO COMPRIMIDO MULTIESPECTRAL PARA MAPAS DE INTERFERENCIA

Sea D el número de sensores de potencia espectral organizados en un área geográfica, que envían muestras de potencia sensada a un Gestor de Espectro (GE) en forma centralizada (Marín *et al.* 2013). Sea $r_i(t)$ la señal recibida por el GE, enviada por el sensor i donde $1 < i < D$. La señal $r_i(t)$ tiene la forma

$$r_i(t) = h_i(t) * s_i(t) + n(t) \qquad (1)$$

donde $h_i(t)$ es la respuesta al impulso del canal, $s_i(t)$ es la señal transmitida y $n(t)$ es el ruido gaussiano. El símbolo $*$ denota convolución. Realizando una transformación de Fourier en la señal recibida, se obtiene

$$r_i(w) = h_i(w)s_i(w) + n(w) \qquad (2)$$

donde $r_i(w), h_i(w), s_i(w)$ y $n(w)$ corresponden a la transformada de Fourier de $r_i(t), h_i(t), s_i(t)$ y $n(t)$ respectivamente.

Una vez la señal es adquirida por el GE, el realiza un proceso de discretización. Sea $\mathrm{r}_i = [r_i(w_0) \cdots r_i(w_{M-1})]^T \in \mathbb{C}^{M\times 1}$ un vector con M muestras en el dominio de la frecuencia, donde $w_m = n\Delta w$, $0 < m < M-1$ y $\Delta w = 2\pi/M$. El GE puede construir M MI's, es decir, un MI por cada sub canal w_m. En este trabajo, cada MI corresponde a una frecuencia $\lambda_m = w_m/2\pi$. Dado que hay D sensores, el GE construye un MI basado en la información de cada uno.
Sea $\mathbf{I}_\lambda \in \mathbb{R}^{x\times y}$ un MI a la frecuencia λ. Sea $\mathbf{I} \in \mathbb{R}^{x\times y\times z}$ una matriz 3D con z MI's, y sea

$\{\lambda_1, \lambda_2 \cdots \lambda_z\}$ las respectivas frecuencias de cada MI. El GE genera para cada mapa una matriz 2D $\mathbf{B}_{\boldsymbol{\lambda_i}} \in \mathbb{R}^{x \times y}$ que se llamará máscara binaria, y cuyos elementos son unos o ceros. Sea $\mathbf{B} \in \mathbb{R}^{x \times y \times z}$ una matriz 3D con todas las máscaras binarias de los z MI's. Cada matriz $\mathbf{B}_{\boldsymbol{\lambda_i}}$ selecciona las coordenadas (x, y) de $\mathbf{I}_\lambda$ que serán muestreadas o rechazadas por el GE. Específicamente, si $b_{x,y,\lambda} = 1$, entonces $i_{x,y,\lambda}$ es muestreada, o de lo contrario es rechazada.

Usando estas máscaras $\mathbf{B}_{\boldsymbol{\lambda_i}}$ se hacen combinaciones lineales entre ellas y los MI $\mathbf{I}_\lambda$ para construir el APP. Sea $\mathbf{M} \in \mathbb{R}^{x \times y}$ la matriz que representa el APP. Cada pixel de $\mathbf{M}$ se calcula usando la expresión

$$m_{x,y} = \sum_{k=1}^{z} i_{x,y,k} b_{x,y,k} \tag{3}$$

Finalmente, en el modelo de sensado comprimido multiespectral, el APP es representado en su forma vectorizada (Correa *et al*, 2015). Sea $\mathbf{m} \in \mathbb{R}^{xy \times 1}$ la representación vectorizada de $\mathbf{M}$. Esta representación puede ser re-escrita como un sistema de ecuaciones lineales indeterminado

$$\mathbf{m} = \mathbf{A}\boldsymbol{\gamma} \tag{4}$$

donde $\boldsymbol{\gamma} \in \mathbb{R}^{xyz}$ es la representación vectorizada del cubo de datos $\mathbf{I}$ que contiene los MI, y $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{xy \times xyz}$ se denomina la matriz de sensado multiespectral, que contiene los efectos de las máscaras $\mathbf{B}$. Note que $\mathbf{A}$ y $\mathbf{m}$ son conocidas, y el objetivo es reconstruir $\boldsymbol{\gamma}$. En la teoría de sensado comprimido, $\boldsymbol{\gamma}$ debe ser un vector disperso (la mayoría de elementos deben ser cero o despreciables), razón por la cual, la matriz $\mathbf{A}$ no solo contiene los efectos de las máscaras binarias, sino además en ocasiones contiene una base que permita representar $\boldsymbol{\gamma}$ en otro dominio (por ejemplo Fourier o Coseno) donde se garantice la dispersión de los datos.

En el marco de la teoría de reconstrucción dispersa, se propone solucionar el sistema (4) resolviendo el problema de optimización

$$\hat{\boldsymbol{\gamma}}_{\boldsymbol{\ell_1}} = \arg \min_{\boldsymbol{\gamma}} \|\boldsymbol{\gamma}\|_1 \text{ sujeto a } \|\mathbf{A}\boldsymbol{\gamma} - \mathbf{m}\|_2 \leq \epsilon \tag{5}$$

o la versión del mismo problema, convexa y sin restricciones

$$\min_{\boldsymbol{\gamma}} \left(\frac{1}{2} \|\boldsymbol{A\gamma} - \boldsymbol{m}\|_2^2 + \eta \|\boldsymbol{\gamma}\|_1 \right) \tag{6}$$

donde $\|\cdot\|_2^2$ es la norma euclidiana y $\|\cdot\|_1$ es la norma $\boldsymbol{\ell_1}$.

3. MODELO DE COMPRESIÓN DEL ARREGLO PLANAR DE POTENCIAS

3.1 Etapas en la compresión del APP

Se propone una estrategia de compresión del APP con el propósito de reducir el número de datos necesarios para almacenar y transmitir la información espectral. Es necesario aclarar que en este contexto, información y datos no son sinónimos, ya que es posible transportar la misma información con ráfagas de datos de diferentes tamaños.

Para medir el desempeño de una estrategia de compresión normalmente se define la "Razón de Compresión (RC)" como la razón entre el número de bits antes de la compresión y el número de bits después de la compresión. Normalmente una estrategia de compresión requiere de un proceso preliminar de reducción de entropía, siendo esta una cantidad que determina el mínimo número promedio de bits necesarios para representar cada elemento de la información que se está comprimiendo. Desde este contexto, entre menor sea la entropía de la matriz $\mathbf{M}$, es más factible aumentar la razón de compresión.

De manera formal, para definir la entropía, sea S un arreglo de n elementos de un alfabeto $\sum = \{a_1, a_2, \cdots, a_\sigma\}$ de cardinalidad σ. Sea P_i la probabilidad de ocurrencia de a_i en S. De acuerdo con a la codificación Shannon del dato (Shannon *et al.* 1948) S es compresible de forma óptima si se asigna a cada símbolo una palabra de código de longitud

$$\log_2 \frac{1}{P_i} = -\log_2 P_i \tag{7}$$

de tal forma que el arreglo S puede comprimirse a datos de menos de nH bits, en promedio, donde

$$H = -\sum_{i=1}^{\sigma} P_i \log_2 P_i \tag{8}$$

es llamada *entropía*.

Luego de una etapa de reducción de entropía, los algoritmos de compresión hacen una transformación de dominio de los datos, en busca que los datos se puedan representar con menos bits.

En el caso de este trabajo, se usó la transformada wavelet discreta (DWT) para esta etapa, la cual debido a su análisis multi-resolución con localización simultánea en tiempo y en

frecuencia, presenta ciertas ventajas en algunos contextos con respecto a otras transformadas. Esta transformada es tradicionalmente implementada con base en convoluciones, lo cual demanda alto costo computacional en el manejo de datos. Sin embargo, en (Sweldens 1998) se propone una alternativa para implementar DWT llamada "*Lifting Scheme",* cuya formulación matemática requiere menos recursos computacionales y de almacenamiento, cambiando las operaciones de convolución por multiplicaciones de polinomios de Laurent, permitiendo modelar la DWT con multiplicación de matrices de imágenes con filtros complementarios. Estos filtros son de diferente tipo y longitudes.

Con el objetivo de establecer el mejor tipo de filtro y su tamaño, en este trabajo se hicieron pruebas con diferentes tipos de filtros variando sus dimensiones. Específicamente, primero se aplica una operación 2D-*lifting wavelet* de primer nivel para cada filtro seleccionado, posteriormente la matriz transformada es cuantizada a entre 6 y 14 bits y finalmente esta se codifica usando el algoritmo de Huffman. (Huffman, 1952).

En cuanto a esta última etapa de codificación, algunos esquemas de codificación asignan códigos más cortos a símbolos con mayor frecuencia, y códigos más largos a símbolos con menos frecuencia. La compresión se logra reemplazando todos los caracteres de la secuencia de entrada por estos códigos de menor longitud.

De estas tres etapas mencionadas: Reducción de entropía, transformación y codificación; en este trabajo se hace énfasis en una estrategia de reducción de entropía que mejore el desempeño de la compresión de la matriz $\mathbf{M}$.

3.2 Estrategia de reducción de entropía del APP

La estrategia propuesta, parte del hecho que la combinación lineal usada en la ecuación (3) para conformar la matriz $\mathbf{M}$, aumenta la entropía de los datos espectrales de potencia de los MI. Para observar esto, note en la figura 1 la disposición de los datos de tres filas de la matriz M, en el caso en el que en la ecuación (3) $b(x,y) = 1 \; \forall \; (x,y)$; es decir, eliminando el efecto de $\mathbf{B}$. Este el caso en que las máscaras binarias tienen todos sus pixeles igual a la unidad, y por lo tanto no se está realizando un sub-muestreo de los MI ya que se están tomando todas las muestras posibles, y por lo tanto no se está implementando el sensado comprimido.

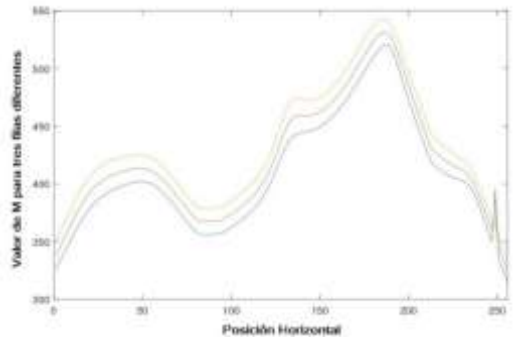


Fig. 1. Valor de $m_{x,y}$ para $b_{x,y} = 1$ en el APP en tres filas seleccionadas.

La figura 2 muestra una de las filas de la figura 1, pero en el caso en que si se usa la máscara binara $\mathbf{B}$, donde unos elementos son cero y otros son uno, es decir, cuando se realiza el sensado comprimido.

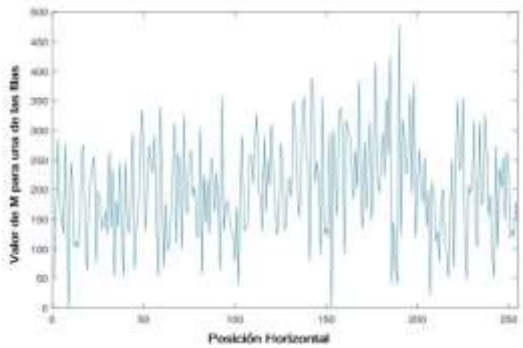


Fig. 2. Valor de $m_{x,y}$ en el APP en una fila seleccionada implementando sensado comprimido.

Note que al comparar la figura 1 con la figura 2, claramente el proceso de sensado comprimido aumenta la entropía de la señal, haciendo que si se quiere comprimir tenga un factor de compresión menor. La ecuación (3) se puede ver como una combinación lineal de los valores de $\mathbf{I}_\lambda$ donde los "pesos" de cada valor corresponden a los valores de $\mathbf{B}$. Partiendo de esto, se propone disminuir el efecto de aumento de entropía que produce $\mathbf{B}$, dividiendo cada pixel de $\mathbf{M}$ por la sumatoria de los pesos de lo genera, de forma análoga a un promedio ponderado de la señal. Sea entonces $\widehat{\mathbf{M}}$ la versión transformada de $\mathbf{M}$, donde cada pixel se calcula usando la ecuación

$$\widehat{m}_{x,y} = \frac{\sum_{k=1}^{Z} i_{x,y,k} b_{x,y,k}}{\sum_{k=1}^{Z} b_{x,y,k}} = \frac{m_{x,y}}{\sum_{k=1}^{Z} b_{x,y,k}} \qquad (9)$$

dando como resultado una versión de APP más compresible.

4. IMPLEMENTACIÓN Y RESULTADOS

Para analizar el desempeño del modelo, se utilizó un cubo de datos con 8 MI, con resolución espacial de 256×256 puntos geográficos, por lo tanto se tiene un cubo $\mathbf{I} \in \mathbb{R}^{256\times256\times8}$. La figura 3 muestra la estructura de 2 MI.

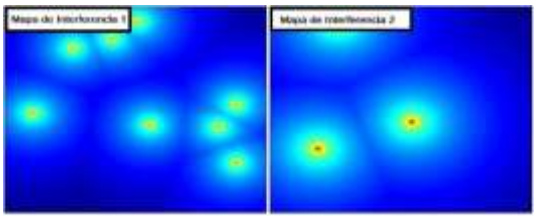


Fig. 3. Ejemplo de 2 mapas de interferencia utilizados para probar el modelo.

Para cada MI el GE generó una máscara binaria, como la mostrada en la figura 4.



Fig. 4. Ejemplo de una máscara binaria $\mathbf{B}_{\lambda_i}$ generada por el GE.

Teniendo los 8 MI y las 8 máscaras binarias, se construye la matriz $\mathbf{M} \in \mathbb{R}^{256\times256}$, usando la ecuación (3); esta matriz corresponde al APP y se muestra en la figura 5.

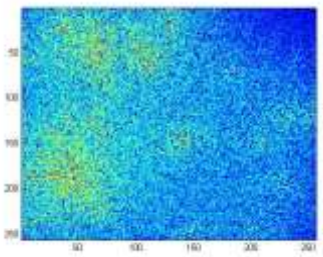


Fig. 5. Matriz APP del modelo.

La matriz $\mathbf{M}$, mostrada en la figura 5 fue comprimida, usando una transformación Wavelet y una codificación Huffman. De igual forma fue comprimida la matriz $\widehat{\mathbf{M}}$, la cual fue construida usando la ecuación (9). La tabla 1 muestra los resultados de la compresión en ambos casos.

Tabla 1: Resultados de la compresión del APP

Tamaño Matriz	Tamaño $\mathbf{M}$	RC	Tamaño $\widehat{\mathbf{M}}$	RC
$\mathbf{M}$	**Comprimida**		**Comprimida**	
526 kB	146 kB	3.6	111 kB	4.7

En la Tabla 1 se muestra que la RC aumentó en aproximadamente un 30%, de 3.6 a 4.7.

El proceso de reconstrucción de la información que realiza el GE a partir de la información comprimida, es hacer la descompresión, y luego hacer la operación inversa de la ecuación (9), para recuperar $\mathbf{M}$ a partir de $\widehat{\mathbf{M}}$, es decir, que se recupera cada pixel de $\mathbf{M}$, usando la ecuación

$$m_{x,y} = \hat{m}_{x,y} \sum_{k=1}^{Z} b_{x,y,k} \qquad (10)$$

y luego con $\mathbf{M}$ recuperada, se sigue el proceso de reconstrucción de señales dispersas usando el modelo descrito en las ecuaciones (4) y (6). La figura 6 muestra los MI reconstruidos realizando este proceso para esta instancia.

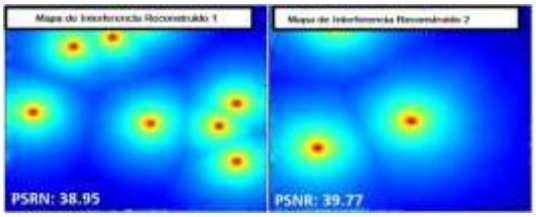


Fig. 6. Los 2 mapas de interferencia reconstruidos luego de probar el modelo.

La métrica usada para determinar la calidad de la reconstrucción es el PSNR (del inglés Peak Signal-to-Noise Ratio), el cual entre mayor sea, más parecida es la señal original y la reconstruida. Los resultados muestran un PSNR mayor de 30, lo cual en el tratamiento de imágenes es un índice de alta calidad.

La compresión usada en este trabajo es una compresión con pérdidas, es decir, que se pierde información en las etapas de transformación y codificación. En principio, esto podría causar efectos negativos en la calidad de los mapas reconstruidos. Sin embargo los resultados muestran que la calidad en la reconstrucción no se afectó significativamente, ya que el PSNR calculado en el caso que no se hacía compresión del APP es similar.

5. CONCLUSIONES

El modelo de sensado comprimido multiespectral para mapas de interferencia permite procesar varios mapas en un solo arreglo de datos mapeado en una matriz 2D que se denominó "Arreglo Planar de Potencias". En este trabajo se presentó una alternativa para comprimir aún más

esta información, donde el factor de compresión se aumentó hasta en un 30% al realizar una transformación al APP que disminuye su entropía. Esta transformación fue posible, gracias a que se conoce la estructura de las máscaras binarias que un Gestor Espectral genera para hacer posible el sensado comprimido. Con esta técnica, es posible que el Gestor Espectral almacene más eficientemente la información de ocupación del espectro en un área geográfica o que transmita dicha información a otros gestores espectrales con mayor velocidad.

REFERENCIAS

Alaka F., Jemma S., Sayrac B., Houze P. y Moulines E., (2008). *Informed spectrum usage in cognitive radio networks: Interference cartography*, IEEE 19th International Symposium on Personal, Indoor and Mobile Radio Communications, pp. 1–5.

Correa C. y Argüello H. (2015) *Snapshot colored compressive spectral imager*, Journal of the Optical Society of America A, vol. 32, no. 10, pp. 1754–1763.

Hoyhtya M., Mammela A., Eskola M., Matinmikko M., Kalliovaara J., Ojaniemi J., Suutala j., Ekman R., Bacchus R., y Roberson D. (2016). *Spectrum occupancy measurements: A survey and use of interference maps*, IEEE Communications Surveys Tutorials, vol. 18, no. 4, pp. 2386–2414.

Huffman D. A. (1952) *A Method for the Construction of MinimumRedundancy Codes.* Proceedings of the IRE, vol. 40, no. 9, pp. 1098–1101.

Marín J., Martínez I., Betancur L. y Argüello H. (2017). *Compressive multispectral model for spectrum sensing in cognitive radio networks*, 25th European Signal Processing Conference (EUSIPCO), pp. 2575–2571.

Marín J. y Betancur (2013) L. *Centralized spectrum broker and spectrum sensing with compressive sensing techniques for resource allocation in cognitive radio networks.* IEEE Latin-America Conference on Communications, pp. 1–6.

Shannon C. E. (1948) *A Mathematical Theory of Communication* The Bell System Technical Journal, vol. XXVII, no. 3, pp. 379–423.

Sweldens W. (1998). *The lifting scheme: A construction of second generation wavelets*. SIAM journal on mathematical analysis, vol 29, no. 2, pp 511–546.